

Mathematica 软件在无限长载流导线磁场教学中的应用研究

杨璐^{1,2}, 龚红方^{1,2}

¹ 湖南科技大学物理与电子科学学院 湖南湘潭

² 智能传感器与新型传感器材料湖南省重点实验室 湖南湘潭

【摘要】在电磁学中，磁场概念非常抽象，缺乏直观性，传统教学难以帮助学生建立清晰的物理图像。本文以无限长载流直导线激发的磁场为例，基于毕奥-萨伐尔定律，得到单根、双根及多根载流导线的磁感应强度表达式。基于 Mathematica 软件设计程序，绘制单根直流导线磁感线分布图，并进一步研究双根及多根交流导线体系的磁场叠加效应，绘制交互式动画以呈现磁场随时间和空间的动态变化。结果表明，Mathematica 软件能够将抽象的磁场概念转化为直观图像，为电磁学教学提供了有效的辅助工具，极大地提升了教学效果。

【关键词】 Mathematica; 磁场分布; 载流导线; 可视化

【收稿日期】 2025 年 2 月 15 日

【出刊日期】 2025 年 3 月 12 日

【DOI】 10.12208/j.pstr.20250003

Research on the application of Mathematica software in teaching the magnetic field of the infinite straight current-carrying wire

Lu Yang^{1,2}, Hongfang Gong^{1,2}

¹ School of Physics and Electronic Science, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan, Hunan

² Hunan Key Laboratory of Intelligent Sensors and Novel Sensor Materials, Xiangtan, Hunan

【Abstract】 In electromagnetism, the concept of magnetic fields is highly abstract and lacks intuitiveness. Traditional teaching methods often struggle to help students establish a clear physical picture. Taking the magnetic field generated by the infinite straight current-carrying wire as an example, this paper derives expressions for the magnetic flux density of both single and multiple wires based on the Biot-Savart law. Utilizing the Mathematica software, programs are designed to plot the magnetic field line distribution for a single DC wire. Furthermore, the magnetic field superposition effect in systems of both two and three AC wires are investigated, and interactive animations are created to visualize the dynamic evolution of the magnetic field in both space and time. The results demonstrate that Mathematica effectively transforms abstract magnetic field concepts into intuitive visualizations. This provides a powerful auxiliary tool for electromagnetism pedagogy, significantly enhancing teaching and learning outcomes.

【Keywords】 Mathematica; Magnetic field distribution; Current-carrying wires; Visualization

电磁学作为物理学的重要分支，在物理教学中占据核心地位。然而，部分抽象的电磁学概念，例如磁场，看不见，摸不着，缺乏直观的物理图像，学生难以在头脑中建立起清晰的模型，这使得电磁学教学存在诸多困难。

Mathematica 软件是由沃尔夫勒姆研究公司开

发的一款功能强大的科学计算软件。作为“四大数学软件”之一^[1]，它具备卓越的符号运算、数值计算以及图像可视化等功能^[2]。在教学领域，Mathematica 能够将抽象的物理概念以直观的图像形式呈现出来^[3]，帮助学生更好地理解理论模型。

在本文中，我们以无限长载流导线产生的磁场

分布为例,通过毕奥-萨伐尔定律,导出单根直流导线、双根及多根交流导线所激发的磁感应强度表达式,利用 Mathematica 软件绘制出对应的物理图像,从而直观地呈现出磁场的分布情况。

1 单无限长载流直导线

根据“电生磁”原理,通有电流的无限长直导线附近必定会产生磁场,但是由于磁场的“不可视”[4],我们无法直观地看到磁场的分布,为了模拟磁场方向与强度,物理学家法拉第引入了磁感线。我们可以使用 Mathematica 软件设计程序来模拟不同方向电流的磁感线环绕及分布情况。

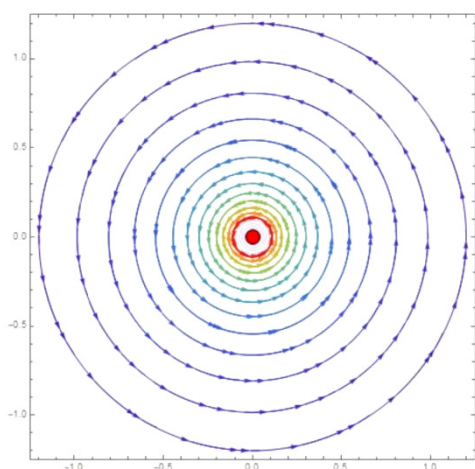


图1 正向电流磁场分布俯视图

图1展示了垂直平面向外的正向电流,其周围空间激发的磁场呈现为一系列以导线为轴心的同心圆环,这一特征能让学生更好地理解磁场的无源性。同时,以箭头方式绘制出磁感线的走向,其环绕方向为逆时针(若为反向电流则为顺时针),这精确对应了右手定则的物理规律。并且我们用颜色差异来表征磁感线的疏密分布差异,靠近导线的位置磁场强度大,磁感线密度大,距离导线越远,磁场强度越小,磁感线密度小。通过这样的物理图像,能让学生“看到”磁场,将抽象的磁场概念具体化。

我们知道,无限长载流导线在空间某一位置处的磁场强度,不仅与其到直导线的距离有关,还与通过导线的电流大小密切相关,这种联系同样可以使用 Mathematica 软件设计程序,将其直观地呈现出来。

考虑一无限长载流直导线位于坐标原点处,并沿 z 轴放置,其电流大小为 I 。根据毕奥-萨伐尔定

律,它激发的磁场方向为 $\vec{k} \times \vec{r}$,磁感线分布在 xoy 平面内。磁感应强度 B 在 x 方向、 y 方向的分量大小可以表示为:

$$\begin{cases} B_x(x, y) = \frac{\mu_0 I y}{2\pi(x^2 + y^2)} \\ B_y(x, y) = \frac{\mu_0 I x}{2\pi(x^2 + y^2)} \end{cases} \quad (1)$$

其中 μ_0 为真空磁导率,取值为 $4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$ 。根据矢量叠加,磁感应强度的大小为:

$$B(x, y) = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} \quad (2)$$

因此该体系磁感应强度的大小可以表示为:

$$B(x, y) = \frac{\mu_0 I}{2\pi\sqrt{x^2 + y^2}} \quad (3)$$

其中, μ_0 为真空磁导率。依据上述公式,在 Mathematica 软件中编写程序[5],可以得到如图2所示,无限长直流导线磁感应强度的三维空间分布图。

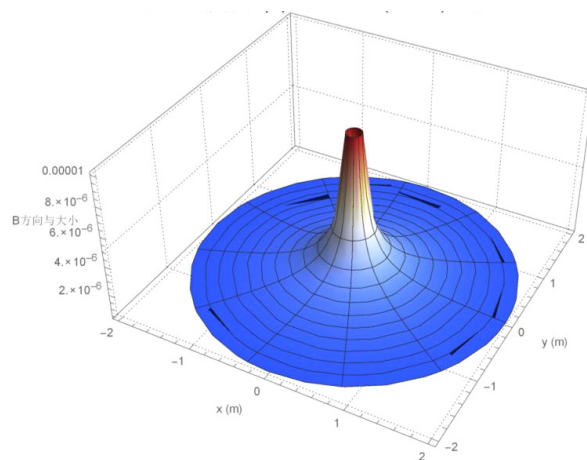


图2 单无限长直流导线磁感应强度分布图
($I = 5 \text{ A}$, $r = 0.1 \text{ m}$ 时 $|B| = 0.00001 \text{ T}$)

我们观察到,当电流固定时(图示电流 $I = 5 \text{ A}$),在坐标原点附近出现单峰,峰值处为磁感应强度最大的位置,随着与坐标原点的径向距离 r 的增大,磁感应强度逐渐减小。这一分布特征直观地印证了距离载流导线越近的位置,磁感应强度越大。此外,一系列同心圆环状等高线,代表空间中与导线距离相等的所有位置点的集合。可以看到,在同一条等高线上,磁感应强度 $|B|$ 的数值严格相等,这完美体现

了载流长直导线磁场大小仅取决于径向距离 r 的特性。同时, 通过改写程序代码, 我们可以改变原电流的大小, 进一步观察图像的动态变化。注意到距导线一定距离处, 当电流增大时, 磁感应强度会增大, 也就是说, 代表相同 $|B|$ 值的同心圆环会向外扩张。另一方面, 导体附近, 磁场分布的峰值也会增大。这就是从图像上能够得出的结论。

2 双无限长载流导线

现在我们考虑两根无限长交流导线产生磁场的空间分布。如图 3 所示, 设这两根导线在坐标空间中的位置分别为 $(-a, 0)$ 和 $(a, 0)$, 为了能够更直接、更便捷地展示不同时刻电流变化对磁场分布的影响, 我们给这两根导线各自通以大小相同、同相位的交流电 $I(t) = I_0 \cos(100\pi t)$ 。

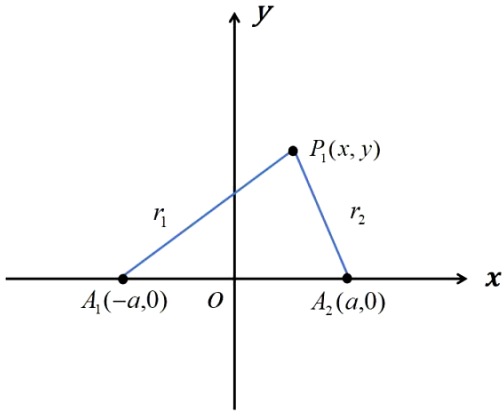


图 3 两根无限长载流导线横截面图

此时, 由毕奥-萨伐尔定律可以得到空间某一点 $P_1(x, y)$ 处磁感应强度在 x 方向、 y 方向的分量:

$$\begin{cases} B_x(x, y) = -\frac{\mu_0 I y}{2\pi} \left(\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} \right) \\ B_y(x, y) = -\frac{\mu_0 I}{2\pi} \left(\frac{x+a}{r_1^2} + \frac{x-a}{r_2^2} \right) \end{cases} \quad (4)$$

其中, μ_0 为真空磁导率, $r_1 = \sqrt{(x+a)^2 + y^2}$, $r_2 = \sqrt{(x-a)^2 + y^2}$ 。同样地, 根据矢量叠加, 磁感应强度的大小应为:

$$B(x, y) = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} \quad (5)$$

基于前述理论模型, 我们利用 Mathematica 软件进行了数值模拟, 计算了该双交流导线系统在特定时刻 $t=0.0025s$ 产生的空间磁场分布, 结果如图 4

所示。

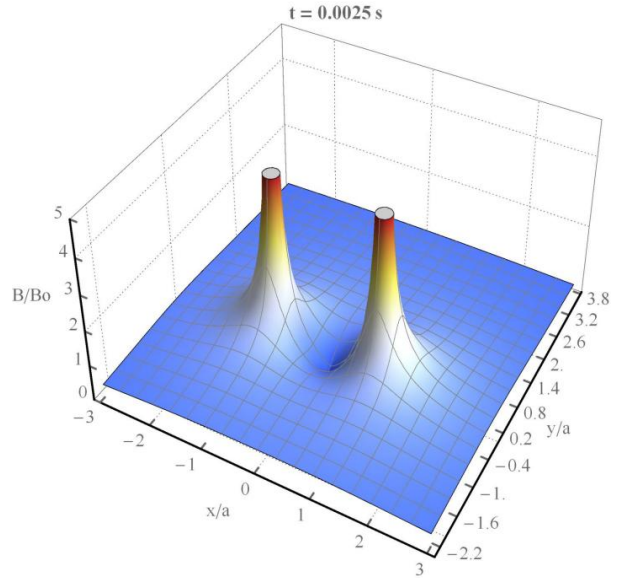


图 4 双无限长交流导线磁感应强度分布图

我们观察到, 在两根导线的近场区域, 磁感应强度出现了两个峰值, 这表明, 在距离每根导线极近的位置, 磁感应强度达到局部最大值。值得注意的是, 随着时间的演变, 这两个峰值的强度呈现出严格的同步周期性变化, 也就是说, 它们同时增大, 也同时减小。这是由于两根导线中通有的电流 $I(t)$ 具有完全相同的形式(同幅值、同频率、同相位), 因此它们各自产生的磁场随时间演变的规律也完全一致。另一方面, 在与这两根交流导线相等距离的中心对称面上, 存在磁感应强度为 0 的低谷, 这是由于这些位置处这两根导线所产生的磁场强度大小相等、方向相反, 从而相互抵消。需要注意的是, 若两电流存在相位差 π , 则其中心对称面磁场强度将增强而非抵消。

3 多无限长载流直导线

最后, 我们考虑多根导线的磁场分布情况, 本文以三根无限长交流导线组成的体系为例。如图 5 所示: 三根电流同向平行等间距地放置在 A_1 、 A_2 、 A_3 处, 在空间中取任一点 $P_2(x, y)$, P_2 点与 A_1 、 A_2 、 A_3 分别相距 r_1 、 r_2 、 r_3 。为了更深入地展示磁场在时间和空间上的动态变化, 我们在前述通以相同交流电的两根导线的基础之上, 分别给这三根导线通以大小不同的交流电, 由于空间内任一点处的磁场是由三根交流导线产生的磁场叠加而成, 磁感应强度分布的物理图像变得更加复杂。

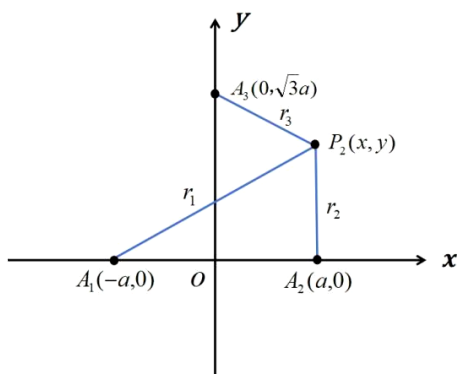


图5 三根无限长载流导线横截面图

根据毕奥-萨伐尔定律, 无限长交流导线在 P_2 点的磁感应强度 B 的各分量可表示为:

$$\begin{cases} B_x(x, y) = -\frac{\mu_0}{2\pi} \left[\frac{I_1}{r_1^2} y + \frac{I_2}{r_2^2} y + \frac{I_3}{r_3^2} (y - \sqrt{3}a) \right] \\ B_y(x, y) = -\frac{\mu_0}{2\pi} \left[\frac{I_1}{r_1^2} (x + a) + \frac{I_2}{r_2^2} (x - a) + \frac{I_3}{r_3^2} x \right] \end{cases} \quad (6)$$

其中, μ_0 为真空磁导率, $r_1 = \sqrt{(x+a)^2 + y^2}$, $r_2 = \sqrt{(x-a)^2 + y^2}$, $r_3 = \sqrt{x^2 + (y - \sqrt{3}a)^2}$, 并且三根导线分别通以交流电 $I_1(t) = I_0 \cos(100\pi t)$, $I_2(t) = I_0 \cos(100\pi t - \frac{\pi}{3})$, $I_3(t) = I_0 \cos(100\pi t + \frac{\pi}{3})$, 体现了电流大小与相位差异。同样地, 根据矢量的叠加性, P_2 点处磁感应强度的大小也可以得到。

为了更直观地呈现出磁场的分布情况, 我们依据上述理论公式, 通过 Mathematica 软件编写并运行程序, 在图 6 中给出了该体系在 $t=0.013s$ 时磁感应强度空间分布的动画截图。

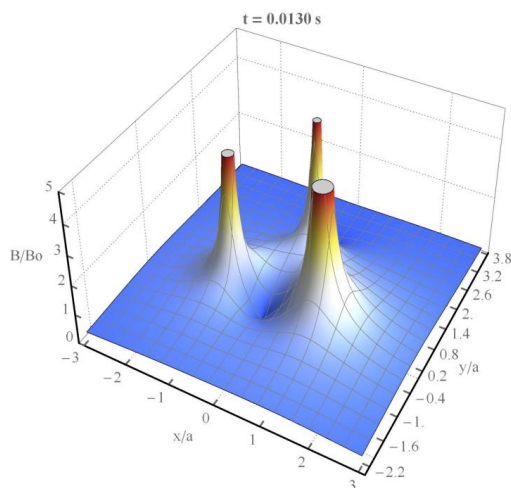


图6 三根无限长交流导线磁感应强度分布

从上图可以看到, 磁感应强度的峰值始终出现在三根载流导线附近^[6], 其空间分布呈现显著的动态演化特征。在不同时刻, 磁场峰值会交替地在三根导线各自邻近区域达到最大值, 形成一个周期性振荡、此起彼伏的涨落过程。这是由于载流导线的电流随时间变化, 电流变化会导致空间磁场强度也随时间演变, 也就是说, 电流的周期性波动直接驱动了空间磁场强度的同步演变。另一方面, 由于空间不同位置处与三根导线的距离各不相同, 变化的磁场叠加后得到的磁场强度也不同。

这个变化过程可以通过调节图像上方滑块, 动态地调节时间参数, 从而实时观测任意选定时刻下整个空间区域内的磁感应强度分布。通过呈现不同时刻、不同位置处的磁感应强度分布图景, 能够帮助学生直观感受复杂体系下磁场在不同时间、空间的变化过程, 这是传统教学难以实现的。

4 结语

在上述讨论中, 我们分别展示了三种情形下无限长载流导线的磁场分布情况及其物理解释, 依据由毕奥-萨伐尔定律得出的理论公式, 从单根无限长直流导线激发的磁场, 推广到双根及多根无限长交流导线体系。本文以电磁学中无限长载流导线激发磁场的物理教学为例, 通过 Mathematica 软件设计程序, 直观地展示了磁场分布情况, 将抽象的物理概念进行“可视化”^[7], 便于学生理解和学习。将 Mathematica 软件融入物理教学^[8], 能够有效克服部分抽象概念难教、难懂的问题, 不仅能够提升教学效果, 还可以激发学生的学习兴趣, 因此, Mathematica 辅助教学具有推广价值。

参考文献

- [1] 谢丹, 胡银泉. 基于 Mathematica 系统的数学物理拟真实验开发软件简介[J]. 中小学电教, 2006(3): 59-60
- [2] 路洪艳, 从守民, 刘保通, 等. Mathematica 在大学物理教学中的应用. 淮北煤炭师范学院学报, 2010, 31(4): 83
- [3] 周小燕, 梁青青, 杨惠, 等. 利用 Mathematica 软件研究三电荷系统的电势与电场强度分布[J]. 物理通报, 2024, (11): 25-28+33.
- [4] 谢文海, 张佳宁, 杨硕. Mathematica 在高中物理电磁学可视化教学中的应用[J]. 物理通报, 2023, (12): 139-143.

- [5] 韩永胜,杨宏新,马军.Mathematica 软件在大学物理问题数值模拟中的应用举例[J].物理通报,2014,(07):31-34.
- [6] 李亭彦.关于高中物理中 Mathematica 辅助教学的研究[D].青海师范大学,2022.
- [7] 王凯雷,侯晓,张竺立,等.Mathematica 软件在电磁学教学中可视化的应用[J].长治学院学报,2024,41(05):31-35.

- [8] 滕艳萍,郭桂周,杨硕.应用 Mathematica 软件优化高中物理教学研究[J].物理通报,2018,(01):73-78.

版权声明: ©2025 作者与开放获取期刊研究中心(OAJRC)所有。本文章按照知识共享署名许可条款发表。

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



OPEN ACCESS