

可变形四旋翼无人机建模与高精度抗扰控制

任善俊, 韦振鸿

上海理工大学机器智能研究院 上海

【摘要】针对可变形四旋翼无人机在快速变形飞行过程中易受转动惯量时变、下洗气动效应变化、外部扰动和执行器硬约束共同影响而导致轨迹跟踪精度下降的问题, 本文提出一种融合扩张状态观测器 (Extended State Observer, ESO) 与非线性模型预测控制 (Nonlinear Model Predictive Control, NMPC) 的高精度抗扰控制方法。首先, 建立包含臂长相关转动惯量、下洗气动阻力系数和时变力矩输入增益的控制导向动力学模型, 并通过臂长名义动力学辨识模型实现由变形指令到预测模型参数的在线更新。然后, 构建位置环和姿态环串级控制器, 利用 ESO 在线估计参数失配、气动不确定性、外部扰动及环间耦合形成的集中扰动, 利用 NMPC 在滚动优化中显式处理速度、姿态定义域和单旋翼推力等物理约束, 并采用五次多项式规划生成平滑臂长轨迹, 以协调变形执行与模型刷新。理论分析证明了该分级架构下的闭环系统稳定性及误差有界性。最后, 通过算法级数字仿真、MuJoCo 物理引擎仿真和原型机飞行实验进行了全面验证。结果表明, 所提方法不仅有效保证了预测优化的实时性, 还大幅提升了系统对极端变形速率与复合扰动的鲁棒适应能力。

【关键词】可变形四旋翼无人机; 扩张状态观测器; 非线性模型预测控制; 抗扰控制

【收稿日期】2026 年 3 月 12 日

【出刊日期】2026 年 4 月 15 日

【DOI】10.12208/j.jer.20260029

Modeling and high-precision disturbance-rejection control of a morphing quadrotor UAV

Shanjun Ren, Zhenhong Wei

Institute of Machine Intelligence, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai

【Abstract】This paper proposes a high-precision disturbance-rejection control scheme integrating an Extended State Observer (ESO) with Nonlinear Model Predictive Control (NMPC) to address the degradation in trajectory tracking accuracy of morphing quadrotor UAVs during rapid morphing flights. This degradation is primarily induced by the combined effects of time-varying moments of inertia, varying downwash aerodynamics, external disturbances, and hard actuator constraints. First, a control-oriented dynamics model is developed, incorporating arm-length-dependent inertia, downwash-induced drag ratios, and time-varying torque input gains. A nominal identification model for arm-length dynamics enables the online updating of predictive model parameters based on morphing commands. Subsequently, a cascaded position-attitude controller is designed. The ESO estimates lumped disturbances online, arising from parameter mismatches, aerodynamic uncertainties, external perturbations, and inter-loop coupling. Meanwhile, the NMPC explicitly enforces physical constraints, including velocity limits, attitude boundaries, and individual rotor thrust, within the receding-horizon optimization. Additionally, fifth-order polynomial trajectory planning generates smooth arm-length profiles to synchronize morphing execution with model parameter updates. Theoretical analysis proves the stability and error boundedness of the closed-loop system under this hierarchical architecture. Finally, the proposed approach is comprehensively validated through numerical simulations, MuJoCo-based physics simulations, and prototype flight experiments. Results confirm that the proposed method not only effectively guarantees the real-time performance of the predictive optimization but also significantly enhances the system's robustness against extreme morphing rates and composite disturbances.

【Keywords】Morphing quadrotor UAV; Extended state observer; Nonlinear model predictive control; Disturbance-rejection control

1 引言

多旋翼无人机具备垂直起降、悬停和机动灵活等优势, 已被广泛用于巡检、灾害救援和复杂环境作业。固定机架四旋翼的外形尺寸在起飞后不可改变, 因此在兼顾悬停效率、姿态稳定性与狭窄通道穿越能力方面存在天然矛盾。可变形四旋翼无人机通过在线重构机臂布局或机体尺度, 可在正常飞行形态与收缩通过形态之间切换, 为受限空间自主飞行提供了新的技术路径。

围绕可变形平台, 已有研究提出了折叠式、径向伸缩式和飞行操作一体化等多类构型。Zhao 等对可变形四旋翼的机构设计、运动学与动力学表征和飞行性能进行了系统验证^[1]; Riviere 等设计的 Quad-Morphing 能够在飞行中快速收拢机臂以穿越狭窄区域^[2]; Falanga 等构建了可独立调节机臂姿态的折叠飞行器并实现自主穿越^[3]; Yang 等进一步研究了折纸启发式折叠四旋翼和单驱动快速伸缩多旋翼结构^[4-5]; Wu 等提出的 Ring-Rotor 则将径向收缩机体进一步用于抓取与运输任务^[6]。这些工作证明了构型变化的任务价值, 但也带来了比传统四旋翼更突出的控制难题: 变形会同步改变惯性张量、推力力臂、旋翼下洗气流与控制分配关系, 快速运动时还会激发难以准确建模的瞬态耦合扰动。

常规 PID 控制方法工程实现简便, 但对快速变化的模型失配与强扰动补偿能力有限。自抗扰控制利用扩张状态观测器 (ESO) 在线估计集中扰动, 可降低对精确模型的依赖^[7]; 针对不确定四旋翼动力学, 基于观测器的轨迹跟踪控制也已验证了在线扰动估计的有效性^[8]。模型预测控制 (MPC) 则能够在滚动优化过程中显式处理输入和状态约束, 对可变形平台的执行器饱和问题具有明显优势。已有变形无人机研究中, 级联非线性 MPC 已用于处理多执行器构型下的推力分配与姿态控制问题^[9]。然而, 将臂长引起的已知时变参数、不可直接测量的形态偏差、外部扰动以及旋翼级物理

约束统一纳入实时控制框架, 仍是径向可变形四旋翼无人机高精度飞行的关键问题。

针对上述问题, 本文以中心驱动径向可变形四旋翼为对象, 提出一种分级的基于 ESO 与 NMPC 的复合控制方法。首先, 建立考虑转动惯量时变、推力力臂变化与下洗气流空气阻力的控制导向动力学模型, 并利用臂长名义动力学辨识模型构建从变形指令到预测模型参数的在线更新链路; 在此基础上, 设计位置环和姿态环串级控制架构, 通过 ESO 对集中扰动进行实时补偿, 并通过 NMPC 显式处理速度、姿态和单旋翼推力等物理约束, 从而提高时变参数和外部扰动共同作用下的轨迹跟踪精度。进一步地, 本文设计满足机构行程与执行能力的平滑变形协同策略, 并在有界扰动和参数漂移条件下给出闭环一致最终有界性结论。最后, 通过算法级数字仿真、MuJoCo 系统级验证、原型机实飞以及受限空间穿越任务, 综合验证所提方法的抗扰性能、实时实现能力和形态自适应任务执行效果。

2 可变形四旋翼无人机建模

2.1 径向可变形机构与工作边界

本文研究的平台采用中心舵机驱动的单自由度径向同步伸缩机构。驱动十字臂通过多层连杆同时带动四条机臂伸缩, 四个旋翼在变形全过程中维持对称 X 型布局, 机载部件在中心附近近似对称安装。该结构使质心偏移得到限制, 也使得固定构型四旋翼的力和力矩生成关系能够推广到随臂长变化的时变模型。

如图 1 所示, 本文建立世界坐标系 $\mathcal{F}_I = \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ 与机体坐标系 $\mathcal{F}_B = \mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3$ 。 \mathcal{F}_I 的原点取起飞时质心位置, $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ 平行于地面, \mathbf{e}_3 竖直向上; \mathcal{F}_B 的原点位于质心, \mathbf{b}_1 指向机头, \mathbf{b}_2 位于机架平面内, \mathbf{b}_3 沿合推力方向向上, 均满足右手定则。偏航角的零基准由 \mathbf{b}_1 相对于惯性系水平轴的方向定义, 旋转矩阵 \mathbf{R} 表示由 \mathcal{F}_B 至 \mathcal{F}_I 的姿态变换^[10-11]。

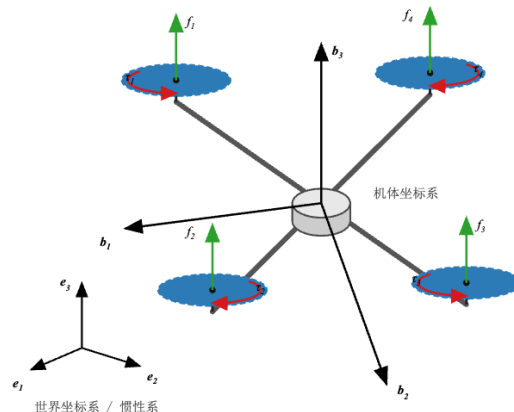


图 1 径向可变形四旋翼布局与坐标系定义

图 2 给出了该样机的整体模型、内部结构以及左右视图。综合结构行程、桨盘间隙、驱动舵机裕量和装配可靠性, 臂长工作范围确定为 $l(t) \in [l_{\min}, l_{\max}] = [0.050, 0.175]$ m。

变形执行器选用 YANTRS 0612MG-B 舵机, 其最

大旋转角度为 180° , 堵转扭矩为 $1.176 \text{ N} \cdot \text{m}$ 。在最大旋翼升力工况下, 机构动力学估计的最大所需驱动力矩为 $0.34 \text{ N} \cdot \text{m}$, 因而能够满足变形任务需要。为抑制变形启动和结束阶段的参数突变, 实际控制采用平滑臂长轨迹而非阶跃形态指令。

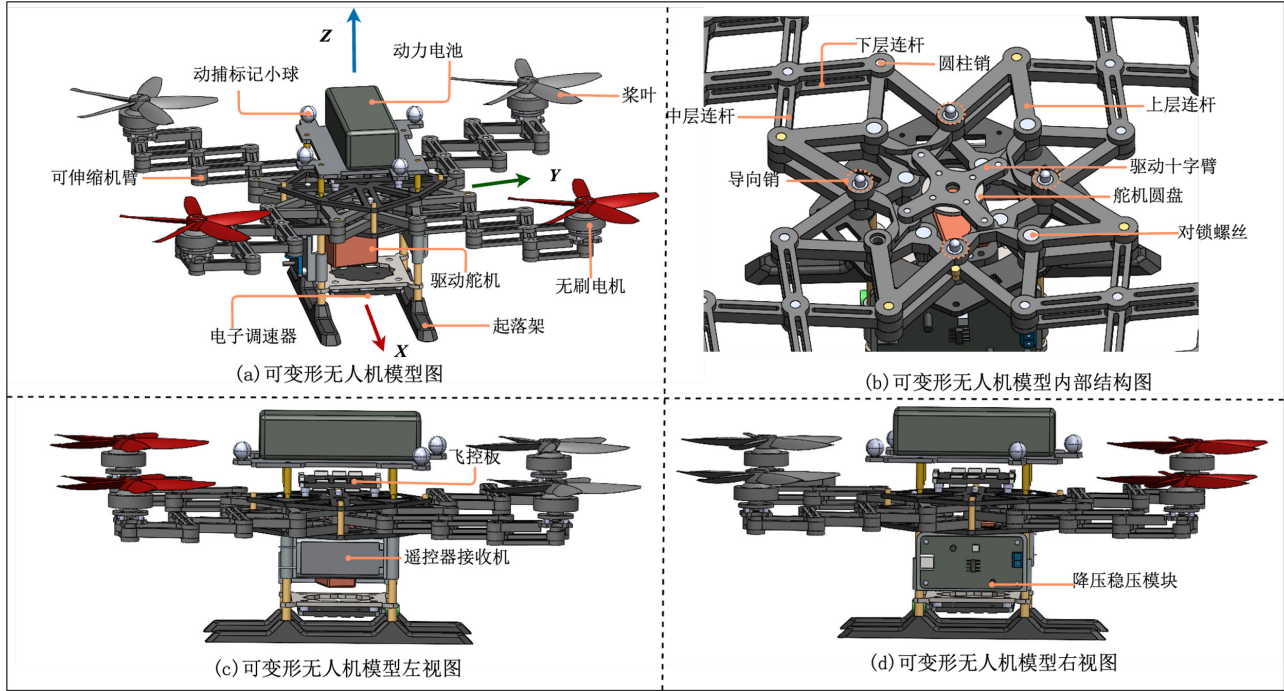


图 2 可变形四旋翼无人机的结构设计

2.2 含时变参数与扰动的综合动力学模型

设惯性坐标系中的位置和速度分别为 \mathbf{p} , $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^3$, $\mathbf{R} \in SO(3)$ 为机体系至惯性系的旋转矩阵, $\boldsymbol{\omega} \in \mathbb{R}^3$ 为机体系角速度, f 为四旋翼总升力, $\boldsymbol{\eta}$ 为虚拟力矩控制向

量。对变几何四旋翼而言, 机臂伸缩会使惯性参数和力矩分配随构型变化, 因此需要在传统刚体模型基础上保留臂长相关项^[12]。考虑外部风扰、参数摄动及未建模气动效应, 控制导向综合模型可写为:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{p}} &= \mathbf{v}, \\ \dot{\mathbf{v}} &= -g\mathbf{e}_3 + \frac{1}{m}(1 - k_b(l))f\mathbf{R}\mathbf{e}_3 + \frac{1}{m}\Delta_f, \\ \dot{\mathbf{R}} &= \mathbf{R}\mathbf{sk}(\boldsymbol{\omega}), \\ \mathbf{J}(l)\dot{\boldsymbol{\omega}} + \mathbf{j}(l)\boldsymbol{\omega} + \mathbf{sk}(\boldsymbol{\omega})\mathbf{J}(l)\boldsymbol{\omega} &= \mathbf{B}(l)\boldsymbol{\eta} + \Delta_\tau. \end{aligned} \quad (1)$$

式中, m 为飞行器质量, Δ_f 与 Δ_τ 分别为平动和转动通道的未建模集中扰动, $k_b(l)$ 表征旋翼下洗气流作用于机身遮挡区域后引起的有效升力损失。与固定构型四旋翼相比, 式 (1) 保留了 $\mathbf{j}\boldsymbol{\omega}$ 项, 并使输入增益随臂长实时变化, 这是刻画快速变形作用的关键。

依据结构几何关系、CAD 质量属性数据和流体仿真拟合结果, 转动惯量、空气阻力比和姿态通道输入增益分别参数化为:

$$\begin{aligned} \mathbf{J}(l) &= 10^{-4} \text{diag}(J_x(l), J_y(l), J_z(l)), \\ J_x(l) &= 449.5l^2 + 14.9l + 4.0, \\ J_y(l) &= 449.5l^2 + 14.9l + 4.0, \\ J_z(l) &= 899.0l^2 + 29.7l + 8.0, \end{aligned} \quad (2)$$

$$k_b(l) = \zeta(1948.7l^4 - 1141.0l^3 + 247.7l^2 - 23.9l + 0.9), \quad \zeta \geq 1, \quad (3)$$

$$\mathbf{B}(l) = \text{diag}((1 - k_b(l))l, (1 - k_b(l))l, 1). \quad (4)$$

式(2)的惯量曲线由样机机构的质量分布和平行轴关系建立,并以实际CAD导出的各构型质量属性数据进行拟合;菱形连杆在变形时存在转动和平移耦合,因此多项式保留一次项以逼近实际结构数据。式(3)的空气阻力比则以SolidWorks获取的桨盘下机身迎风面积为基础,结合下洗流体仿真结果进行四次多项式拟合。因此,两组参数分别对应结构质量分布和收缩构型下气动遮挡效应的可计算名义部分。

其中 $k_b(l)$ 并不表示传统意义上的固定阻力系数,而是将桨盘下方迎风面积、局部气流速度和机身遮挡效应等因素折算到总升力通道后的等效比值。对控制器而言,它的作用是修正有效升力 $(1 - k_b)f$ 与横滚/俯仰通道等效输入增益 $(1 - k_b)l$ 。因此,当机体收缩时,系统同时面临“升力效率下降”和“力矩力臂缩短”两种不利变化,这也是短臂长构型下约束处理尤为重要的原因。

时变控制分配还需要满足旋翼级推力约束。令 $f_r = [f_1, f_2, f_3, f_4]^T$,则总升力与物理力矩的生成关系为:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} f \\ M \end{bmatrix} &= G_{\text{alloc}}(l) f_r, \\ 0 \leq f_i &\leq f_{p, \max}, \quad i = 1, \dots, 4, \\ G_{\text{alloc}}(l) &= \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2}l & \frac{\sqrt{2}}{2}l & -\frac{\sqrt{2}}{2}l & -\frac{\sqrt{2}}{2}l \\ -\frac{\sqrt{2}}{2}l & \frac{\sqrt{2}}{2}l & \frac{\sqrt{2}}{2}l & -\frac{\sqrt{2}}{2}l \\ -c_{\tau f} & c_{\tau f} & -c_{\tau f} & c_{\tau f} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (5)$$

其中, $c_{\tau f}$ 为螺旋桨阻力矩与升力的比例系数,式(5)对应质心与几何中心重合的对称X型构型。标称模型中偏航反扭矩系数取为常数;实际装配和载荷引起的微小质心偏移,以及收缩形态下桨盘交互导致的偏航气动反扭矩非线性变化,均作为控制分配残差统一纳入姿态集中扰动。可以看出,臂长 l 直接缩放横滚、俯仰力矩行,收缩时在相同单旋翼推力边界下可用姿态力矩裕度降低。该执行器层关系将在姿态NMPC中直接用于约束每一台电机可产生的推力。

2.3 臂长名义动态辨识与在线参数刷新

平台采用PWM舵机执行变形,舵机内部角度反馈无法直接作为控制器状态读取,因此实际臂长 l 在飞行中不具备直接测量通道。本文先由稳态试验获得PWM与臂长的单调静态映射,再依据系统辨识方法^[13],用正弦和阶跃联合激励辨识从期望臂长 l_d 至名义臂长 \bar{l} 的动态模型。兼顾验证精度与板载实时计算复杂度,选取三阶模型:

$$\ddot{\bar{l}} = -28.8\dot{\bar{l}} - 644.9\dot{\bar{l}} - 5095.6\bar{l} + 5095.6l_d, \quad (6)$$

将式(6)在线积分得到的 \bar{l} 代入式(2)至式(4),可得到预测控制使用的的名义参数:

$$\begin{aligned} \bar{k}_b &= k_b(\bar{l}), \\ \bar{J} &= J(\bar{l}), \\ \bar{B} &= B(\bar{l}). \end{aligned} \quad (7)$$

由于 \bar{l} 与真实臂长之间仍存在偏差,式(7)并不试图完全重建真实动力学;其作用是向控制器提供主要的、可预报的时变部分。参数误差、快速变形带来的附加气动效应及外部扰动随后统一纳入ESO的集中扰动估计通道,系统关键参数如表1所示。

在线运行时,参数刷新按如下顺序执行:首先由任务层给出期望臂长 l_d ;随后式(6)递推得到 \bar{l} 与 $\dot{\bar{l}}$;再由式(2)至式(4)计算 \bar{k}_b 、 \bar{J} 和 \bar{B} ;最后将这些量作为调度参数写入位置和姿态NMPC的预测模型,见表1。该流程的优势在于,预测模型始终跟随主要形态变化,而不需要依赖额外臂长传感器;其不足是名义模型误差会随机构摩擦、舵机死区和载荷状态改变而变化,因此必须由ESO在闭环中继续吸收。

表1 可变形四旋翼主要物理参数

参数	符号	数值
无人机质量	m	0.85 kg
臂长范围	$[l_{\min}, l_{\max}]$	$[0.050, 0.175] m$
最大单旋翼推力	$f_{p, \max}$	8.0 N
最大总升力	f_{\max}	32.0 N
虚拟横滚/俯仰力矩上界	$\eta_{x, \max}, \eta_{y, \max}$	0.6 N·m
虚拟偏航力矩上界	$\eta_{z, \max}$	0.01 N·m

3 控制问题描述

将名义参数代入式(1),可将真实系统表示为名义模型与集中误差的组合:

$$\begin{aligned} \dot{v} &= -ge_3 + \frac{1}{m}(1 - \bar{k}_b)fRe_3 + D, \\ \dot{\omega} &= \bar{J}^{-1}[-\dot{\bar{J}}\omega - s\kappa(\omega)\bar{J}\omega + \bar{B}\eta] + d, \end{aligned} \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} D &= \frac{1}{m}(\Delta_f - \bar{k}_b f Re_3), \\ \bar{k}_b &= k_b - \bar{k}_b. \end{aligned} \quad (9)$$

式中 d 汇集了姿态通道的参数误差、惯量变化率误差、控制增益失配和外部力矩扰动。由于机构行程、舵机速率和旋翼推力均有界,本文假定 D 、 d 及其变化率均有界。

从式(8)和式(9)可以看出,集中扰动并不是单纯的外部风扰,而是由三类误差叠加形成:一是未建模外力和外力矩;二是名义臂长与真实臂长不一致导致的参数误差;三是姿态跟踪误差、控制分配误差和执行器饱和引起的闭环耦合残差。本文不要求ESO区分这些误差来源,而是将其整体估计并注入NMPC预测模型。这样做的工程意义在于,控制器可以保留结构清晰的名义模型,同时避免因强行精确建模所有气动和摩擦细节而导致在线计算复杂度过高。

令期望位置为 p_d , 位置和速度误差为:

$$\begin{aligned} p_e &= p - p_d, \\ v_e &= v - \dot{p}_d. \end{aligned} \quad (10)$$

外环输出虚拟力 $U = fR_d e_3$, 其中 $f = \|U\|$, 期望推力方向为 $b_{dz} = U/\|U\|$ 。结合给定机头方向可构造期望旋转矩阵 R_d 。以姿态误差四元数 $Q_e = [\epsilon_e, q_e^T]^T$ 和角速度误差 ω_e 描述内环状态。控制目标是在臂长变化、参数误差与有界外扰并存情况下设计 f 和 η , 使:

$$\begin{aligned} x_p &= [p_e^T, v_e^T]^T, \\ x_a &= [q_e^T, \omega_e^T]^T. \end{aligned} \quad (11)$$

收敛至原点的小邻域, 并在全过程中满足实际旋翼推力、线速度和角速度等物理约束。

本文考虑的硬约束包括三类。第一是输入可实现约束, 即 $0 \leq f_i \leq f_{p, \max}$; 第二是运动安全约束, 即 $\|v\|_\infty \leq v_{\max}$ 、 $\|\omega\|_\infty \leq \omega_{\max}$; 第三是姿态构造约束, 即

虚拟推力方向不能退化, 且四元数局部降维表示满足 $\|q_e\| \leq q_{\max} < 1$ 。这些约束并非后处理限幅, 而是直接写入NMPC优化问题, 使求解器在生成控制输入时就考虑物理边界。

4 基于ESO与NMPC的抗扰动控制器

4.1 总体结构

本文采用“位置外环—姿态内环”的串级控制结构。期望轨迹和名义变形状态分别进入位置NMPC与参数刷新模块, 位置环输出期望总推力及期望姿态, 姿态环根据姿态误差计算虚拟力矩, 控制分配矩阵最终将总推力和力矩映射至四旋翼推力。两个ESO分别观测平动和转动通道中的集中扰动, 并将估计值前馈注入对应的NMPC预测模型。

该控制框架如图3所示, 每个控制周期内的在线计算流程中, 首先, 根据当前位置和期望轨迹计算位置、速度误差, 并递推臂长名义模型得到当前参数集合 $\bar{\theta} = \text{col}(\bar{k}_b, \text{vec}(\bar{J}), \text{vec}(\bar{B}))$ 。其次, 位置ESO输出 \hat{D} , 位置NMPC在补偿模型上求得虚拟力序列 U^* , 并由首个控制量构造期望姿态 R_d 与总推力 $f^* = \|U^*\|$ 。再次, 姿态ESO输出 \hat{d} , 姿态NMPC在单旋翼推力约束下求解虚拟力矩 η^* 。最后, 控制分配模块根据当前名义臂长将 f^* , η^* 转换为四个旋翼推力和舵机PWM指令。该流程把形态调度、扰动估计、预测优化和控制分配压缩在同一个100 Hz主循环内。

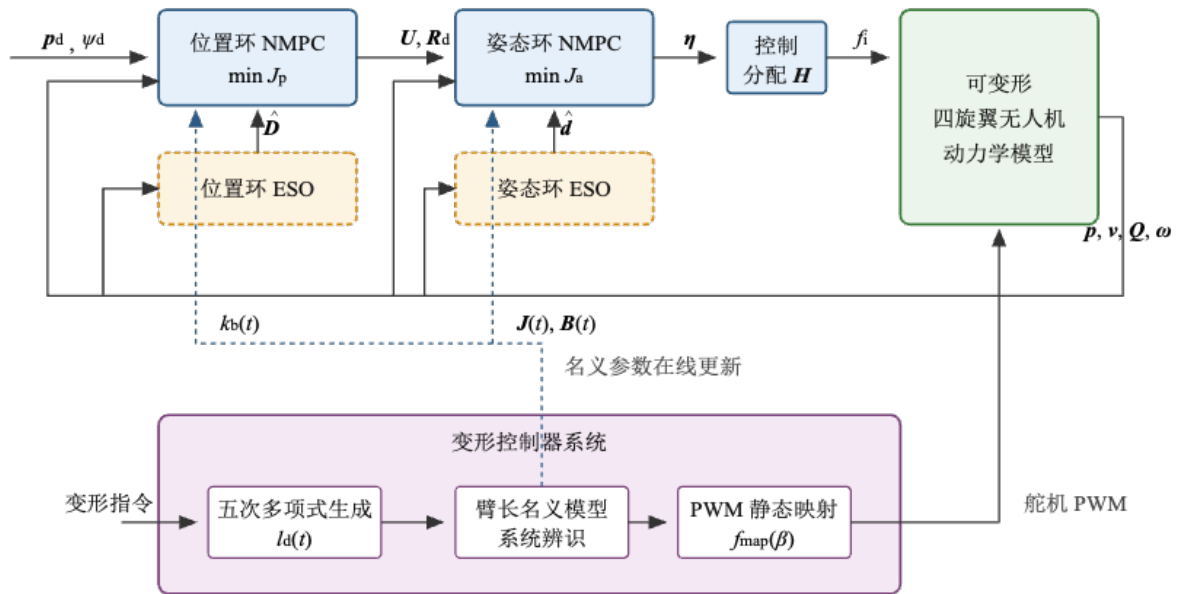


图3 基于ESO与NMP的分级抗扰动控制架构

4.2 位置环与姿态环扩张状态观测器

考虑姿态误差会通过推力方向影响位置运动, 将该环间耦合效应也并入位置集中扰动。定义位置环扩张状态为:

$$z_p = [p_e^T, v_e^T, D^T]^T. \quad (12)$$

位置环线性 ESO 设计为:

$$\begin{cases} \hat{p}_e = \hat{v}_e + L_{p1} (p_e - \hat{p}_e), \\ \hat{v}_e = -g e_3 + \frac{1}{m} (1 - \bar{k}_b) U + \hat{D} - \ddot{p}_d + L_{p2} (p_e - \hat{p}_e), \\ \hat{D} = L_{p3} (p_e - \hat{p}_e), \end{cases} \quad (13)$$

其中增益采用单一带宽参数 $\omega_{o, p}$ 配置:

$$\begin{aligned} L_{p1} &= 3\omega_{o, p} I_3, \\ L_{p2} &= 3\omega_{o, p}^2 I_3, \\ L_{p3} &= \omega_{o, p}^3 I_3. \end{aligned} \quad (14)$$

姿态环将 d 视为扩张状态。定义:

$$h = \dot{\bar{J}}\omega + \text{sk}(\omega)\bar{J}\omega, \quad (15)$$

并将期望姿态动态引起的已知前馈项记为 H , 则姿态 ESO 为:

$$\begin{cases} \hat{\omega}_e = \bar{J}^{-1}[-h + \bar{B}\eta] + \hat{d} + H + L_{a1} (\omega_e - \hat{\omega}_e), \\ \hat{d} = L_{a2} (\omega_e - \hat{\omega}_e), \end{cases} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} L_{a1} &= 2\omega_{o, a} I_3, \\ L_{a2} &= \omega_{o, a}^2 I_3. \end{aligned} \quad (17)$$

为符合内环快于外环的串级控制原则, 取 $\omega_{o, a} > \omega_{o, p}$ 。ESO 不仅补偿外加扰动, 也对臂长开环执行误差所引起的参数失配进行补偿, 因此能够与名义参数刷新机制互补。

4.3 约束非线性模型预测控制

位置 NMPC 使用 \hat{D} 补偿后的误差模型:

$$\begin{cases} \dot{p}_e = v_e, \\ \dot{v}_e = -g e_3 + \frac{1}{m} (1 - \bar{k}_b) U + \hat{D} - \ddot{p}_d. \end{cases} \quad (18)$$

在每一控制周期内, 采用四阶 Runge-Kutta 方法将式 (18) 离散为状态转移映射 F_p , 并求解有限时域优化问题:

$$\begin{aligned} \min_{U(\cdot)} J_p &= \sum_{i=0}^{N_p-1} \left(\|x_p(k+i|k)\|_{Q_p}^2 + \|U(k+i|k) - u_{p, \text{ref}}(k+i|k)\|_{R_p}^2 \right) \\ &\quad + \|x_p(k+N_p|k)\|_{P_p}^2 \\ \text{s.t. } x_p(k+i+1|k) &= F_p(x_p, U, \hat{D}), \\ \|U(k+i|k)\| &\leq f_{p, \text{cons}}(\bar{l}(k)), \\ U_z(k+i|k) &\geq \varepsilon_f, \\ \|b_{dy}(k+i|k) \times b_{dz}(k+i|k)\| &\geq \varepsilon_R, \\ \|v(k+i|k)\|_{\infty} &\leq v_{\max}, \\ x_p(k+N_p|k) &\in \mathcal{X}_{p, f} \end{aligned} \quad (19)$$

式中, $N_p = T_p/\Delta t$ 为位置环预测步数, Q_p 、 R_p 和 P_p 分别为位置状态权重、虚拟力输入权重和终端权重; $u_{p, \text{ref}}$ 为包含重力、轨迹加速度和 ESO 扰动补偿的前馈参考推力; $f_{p, \text{cons}}(\bar{l})$ 是根据单旋翼最大推力和内环所需力矩裕量离线计算、随臂长调度的保守总推力上界; ε_f 与 ε_R 分别用于保证推力方向和由 b_{dy} 、 b_{dz} 组成的期望姿态基向量不退化。因此外环不会将全部推力能力消耗于平动控制而使内环丧失姿态调节余量。

位置环前馈参考输入具体取为:

$$u_{p, \text{ref}} = \frac{m}{1 - \bar{k}_b} (g e_3 + \ddot{p}_d - \bar{D}).$$

由于 ESO 为因果观测器, 在预测时域内对未知集中扰动的估计采用零阶保持, 即 $\bar{D}(k+i|k) = \bar{D}(k|k)$; 姿态环中的 \hat{d} 也采用同样处理。当 $x_p = 0$ 且姿态跟踪误差足够小时, 上式对应当前冻结参数下维持参考轨迹所需的平衡输入。NMPC 优化变量仍为全量虚拟力 U , 但代价函数惩罚其相对 $u_{p, \text{ref}}$ 的偏差, 从而将重力补偿、轨迹加速度前馈和扰动前馈从反馈调节任务中剥离出来, 有利于减小快速机动中的稳态残差。

姿态环采用局部四元数向量部与角速度误差组成的状态 x_a 。在 $\varepsilon_e = \sqrt{1 - \|q_e\|^2}$ 的局部定义域内, 其补偿后模型为:

$$\begin{cases} \dot{q}_e = \frac{1}{2} (\varepsilon_e I_3 + \text{sk}(q_e)) \omega_e, \\ \dot{\omega}_e = \bar{J}^{-1} [-h + \bar{B}\eta] + \hat{d} + H. \end{cases} \quad (20)$$

姿态环同样采用前馈参考力矩来抵消名义陀螺项、惯量变化率项和 ESO 估计扰动。记期望角速度为 ω_d , 则参考力矩可概念性写为:

$$u_{a, \text{ref}} = \bar{B}^{-1} (h_d - \bar{J} (\hat{d} + H)),$$

其中 h_d 为由 \bar{J} 、 $\dot{\bar{J}}$ 和 ω_d 构成的名义姿态动态补偿项。在此基础上, 姿态 NMPC 在每一控制周期内求解如下有限时域优化问题:

$$\begin{aligned} \min_{\eta(\cdot)} J_a &= \sum_{i=0}^{N_a-1} \left(\|x_a(k+i|k)\|_{Q_a}^2 + \|\eta(k+i|k) - u_{a, \text{ref}}(k+i|k)\|_{R_a}^2 \right) \\ &\quad + \|x_a(k+N_a|k)\|_{P_a}^2 \\ \text{s. t. } x_a(k+i+1|k) &= F_a(x_a, \eta, \hat{d}), \\ 0_4 \leq G_{\text{alloc}}^{-1}(\bar{l}) \begin{bmatrix} f^* \\ M_\eta \end{bmatrix} &\leq f_{p, \max} 1_4, \\ \|q_e(k+i|k)\| &\leq q_{\max} < 1, \\ \|\omega(k+i|k)\|_\infty &\leq \omega_{\max}, \\ x_a(k+N_a|k) &\in \mathcal{X}_{a, f} \end{aligned} \quad (21)$$

式中, $N_a = T_a / \Delta t$ 为姿态环预测步数, F_a 为由式 (20) 离散得到的姿态状态转移映射, Q_a 、 R_a 和 P_a 分别为姿态状态权重、虚拟力矩输入权重和终端权重; $f^* = \|U^*\|$ 由位置环预测序列给出, M_η 为由臂长相关力臂映射得到的物理姿态力矩。式 (21) 将约束直接落实到四个旋翼推力层, 可避免收缩构型中采用独立总力矩限幅所造成的不可实现控制命令。这样, 姿态环不是简单输出一个“力矩盒”内的指令, 而是在总推力已由外环确定的条件下检查该力矩是否能由四个电机共同实现。

4.4 变形轨迹与控制协同

在外形重构过程中, 如果变形执行快于模型刷新或轨迹在起止时刻出现速度突变, 将增加 $\dot{J}\omega$ 项与 ESO 的瞬态观测负担。为此, 本文采用五次多项式生成从当前臂长 l_0 至目标臂长 l_{target} 的变形命令:

$$\begin{aligned} l_d(t) &= l_0 + (l_{\text{target}} - l_0) [10s^3 - 15s^4 + 6s^5], \\ s &= \frac{t}{T_s}, \quad t \in [0, T_s]. \end{aligned} \quad (22)$$

该轨迹满足起止时刻速度和加速度均为零。其峰值速度与加速度为:

$$\begin{aligned} \dot{l}_{d, \max} &= \frac{15|l_{\text{target}} - l_0|}{8T_s}, \\ \ddot{l}_{d, \max} &= \frac{10\sqrt{3}|l_{\text{target}} - l_0|}{3T_s^2}. \end{aligned} \quad (23)$$

在最大变形行程 0.125m 下, 结合机构速度、加速度和执行力矩约束, 取 $T_s \geq 1.2s$ 。控制运行时, 式 (22) 产生的 l_d 同时用于舵机 PWM 命令和式 (6) 的名义臂长递推, 随后由式 (7) 刷新 NMPC 模型, 从而使“变形下发、参数更新、优化控制”在同一时间基准下协调运行。

为降低形态突变对飞行状态的冲击, 变形命令并非任意时刻均可触发。实际执行时, 控制器先检查位置误差和姿态误差是否处于安全阈值内, 再下发收拢或展开命令; 若误差过大, 则优先恢复飞行稳定性。期望臂长经机构逆运动学转换为目标驱动角, 再通过静态 PWM 映射下发至舵机。由于舵机执行仍为开环位置控制, 名义臂长 \bar{l} 与真实臂长的差值会被并入集中扰动项, 这也是式 (13) 和式 (16) 中 ESO 必须持续工作的原因。

5 稳定性分析

为规范表述所提复合控制架构的闭环性质, 集中给出以下条件。

假设 1 位置和姿态误差系统中的集中扰动连续可微, 且存在有限常数 $\xi_{p, \max}$ 、 $\xi_{a, \max}$, 使 $\|\dot{D}(t)\| \leq \xi_{p, \max}$ 、 $\|\dot{d}(t)\| \leq \xi_{a, \max}$ 。

假设 2 前馈参考输入位于相应物理可行域内部并具有严格正裕度; 在 $l \in [l_{\min}, l_{\max}]$ 上, \bar{k}_b 、 \bar{J} 、 \bar{B} 一致有界, 且 \bar{J} 一致正定。

假设 3 离散预测模型 F_p 、 F_a 在局部可行域内关于状态、输入和调度参数 Lipschitz 连续; 名义参数向量 $\bar{\theta} = \text{col}(\bar{k}_b, \text{vec}(\bar{J}), \text{vec}(\bar{B}))$ 的单步漂移满足 $\|\bar{\theta}(k+1) - \bar{\theta}(k)\| \leq \Delta_\theta$ 。

引理 1 在假设 1 成立时, 对于给定带宽 $\omega_{o, p}$, $\omega_{o, a} > 0$, 两级 ESO 的集中扰动估计残差一致最终有界, 且满足:

$$\begin{aligned} \limsup_{t \rightarrow \infty} \|D - \hat{D}\| &\leq \mathcal{O}\left(\frac{\xi_{p, \max}}{\omega_{o, p}}\right), \\ \limsup_{t \rightarrow \infty} \|d - \hat{d}\| &\leq \mathcal{O}\left(\frac{\xi_{a, \max}}{\omega_{o, a}}\right). \end{aligned} \quad (24)$$

记式 (24) 的两个右端上界分别为 ε_D 和 ε_d 。该结论由带宽参数化 ESO 误差系统的 Hurwitz 性质及有界扰动导数直接得到。

引理 2 在假设 2 成立时, 对冻结参数 $\bar{\theta}(k)$ 的局部线性化增量模型, 存在终端反馈律、正定终端权重以及充分小的正向不变终端集, 使位置和姿态 NMPC 在该集合中满足约束相容性与局部 Lyapunov 递减排件^[14]。

定理 1 在假设 1 至假设 3 及引理 1、引理 2 成立的条件下, 若位置和姿态 NMPC 初始优化问题可行, ε_D 、 ε_d 与 Δ_θ 足够小, 并且通过内环权重配置与更高姿态 ESO 带宽使姿态误差耗散速度快于位置外环演化速度、ESO 观测动态快于相应控制环, 则串级闭环系统在局部可行域内保持递归可行, 位置和姿态误差一致最终

有界, 且满足:

$$\begin{aligned} \limsup_{k \rightarrow \infty} \|x_p(k)\| &\leq \mathcal{O}(\varepsilon_D + \Delta_\theta), \\ \limsup_{k \rightarrow \infty} \|x_a(k)\| &\leq \mathcal{O}(\varepsilon_d + \Delta_\theta). \end{aligned} \quad (25)$$

同时, 由滚动优化中显式施加的可行约束可得

$$\begin{aligned} 0 &\leq f_i(k) \leq f_{p, \max}, \\ \|v(k)\|_\infty &\leq v_{\max}, \\ \|\omega(k)\|_\infty &\leq \omega_{\max}, \\ \|q_e(k)\| &\leq q_{\max} < 1. \end{aligned} \quad (26)$$

证明: 由引理 1, ESO 补偿后的残余输入分别受 ε_D 、 ε_d 限制。由引理 2 选取局部终端控制律和终端集后, NMPC 最优值函数沿受扰闭环轨迹满足带有 $\mathcal{O}(\varepsilon_D + \Delta_\theta)$ 或 $\mathcal{O}(\varepsilon_d + \Delta_\theta)$ 项的 ISS 型递减排不等式, 因此两个闭环子系统分别达到式 (25) 的最终界。在内环误差耗散速度相对外环足够快且环间耦合有界的条件下, 弱耦合串级系统可依据 ISS 级联结论处理^[15], 得到整体一致最终有界性; 初始可行和终端集正向不变性则保证式 (26) 中的约束在局部递归可行域内得到保持。

6 仿真与实验验证

6.1 算法级数字仿真

数字仿真沿用表 1 的飞行器参数, 并使用式 (2) 至式 (7) 的时变参数和名义臂长模型。控制周期取 $\Delta t = 0.01\text{s}$, 对应 100Hz 控制频率; 位置环和姿态环 ESO 带宽分别取 $\omega_{o, p} = 15 \text{ rad/s}$ 与 $\omega_{o, a} = 30 \text{ rad/s}$, 以保证姿态扰动估计和姿态响应快于位置外环。位置 NMPC 预测时域取 $T_p = 1.0 \text{ s}$, 对应 $N_p = T_p/\Delta t = 100$; 姿态 NMPC 预测时域取 $T_a = 0.5 \text{ s}$, 对应 $N_a = T_a/\Delta t = 50$ 。

位置环权重矩阵取 $Q_p = \text{diag}(10, 10, 15, 8, 8, 12)$ 、 $R_p = \text{diag}(1, 1, 1)$ 和 $P_p = \text{diag}(20, 20, 25, 15, 15, 20)$; 姿态环权重矩阵取 $Q_a = \text{diag}(50, 50, 30, 30, 30, 20)$ 、 $R_a = \text{diag}(0.1, 0.1, 0.1)$ 和 $P_a = \text{diag}(100, 100, 60, 60, 60, 40)$ 。

约束参数中, 单旋翼最大推力采用表 1 所列 $f_{p, \max} = 8.0 \text{ N}$, 位置环总升力上界采用随臂长变化的保守值 $f_{p, \text{cons}}(\bar{l})$; 推力方向下界取 $\varepsilon_f = 0.1 \text{ N}$, 姿态构造非退化下界取 $\varepsilon_R = 10^{-3}$, 速度、角速度和局部四元数定义域约束分别取 $v_{\max} = 2.0 \text{ m/s}$ 、 $\omega_{\max} = 3.0 \text{ rad/s}$ 和 $q_{\max} = 0.99$ 。上述权重设置体现了控制目标的优先级: 位置环中垂向位置和速度权重高于水平向权重, 姿态环中滚转、俯仰通道权重高于偏航通道, 终端权重矩阵则高于对应阶段状态权重, 以增强终端收敛性; 控制权重用于抑制过激虚拟力和虚拟力矩输入, 避免快速变形过程中产生不必要的推力与力矩抖动。

为检验快速形态变化下的参数适应能力, 设置“螺

旋轨迹跟踪与快速往复变形”算法级数字仿真场景：在连续曲率轨迹跟踪过程中执行臂长往复变化,考察时变模型刷新、集中扰动观测及轨迹跟踪性能,如图4所示。

在螺旋轨迹跟踪场景中,无人机同时经历连续参考运动和快速往复变形,如图5所示。统计结果表明,

三维位置 RMSE 为0.084m,其中平面 RMSE 为0.084m,垂向 RMSE 为0.001m。在15.0s至22.5s的快速变形阶段内,位置、速度与姿态误差均保持有界,说明臂长名义模型在线刷新与 ESO 集中扰动补偿能够共同缓解变形诱发的瞬态失配。

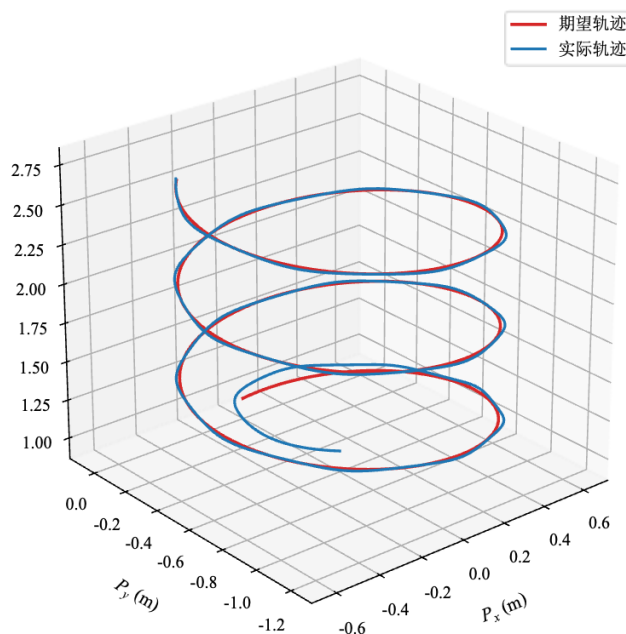


图4 螺旋轨迹跟踪响应

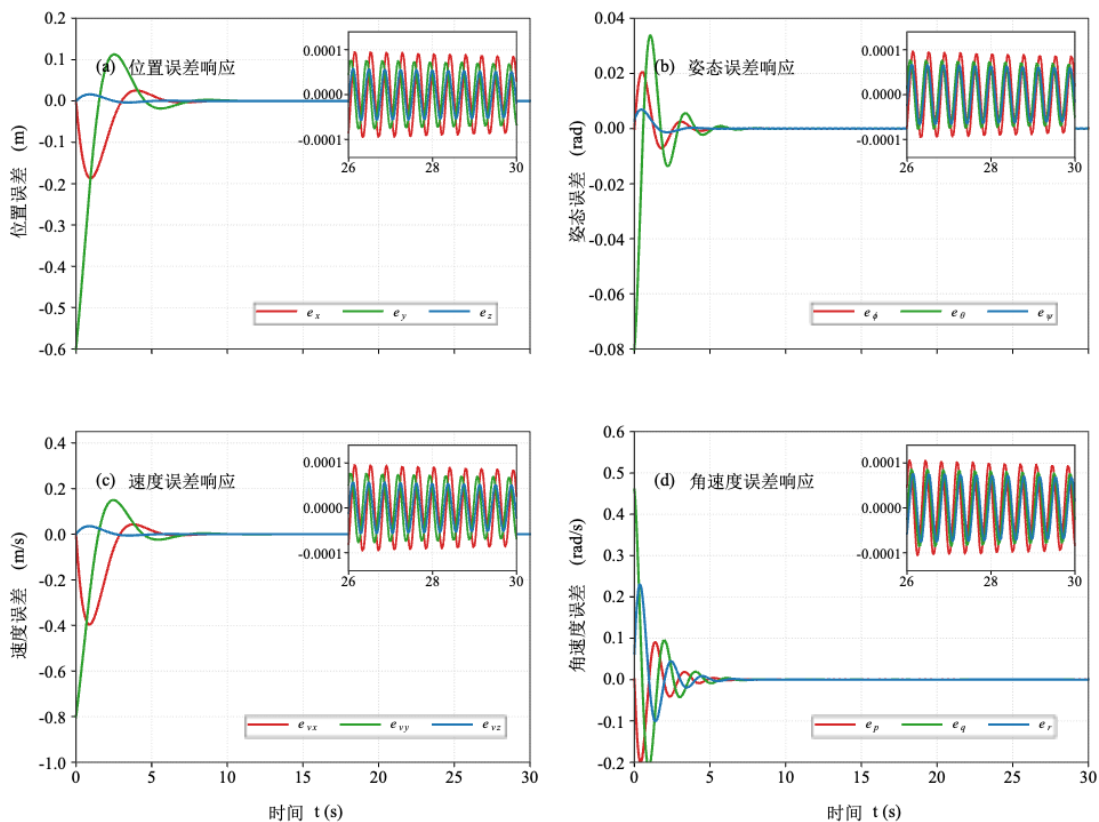


图5 快速往复变形过程中的状态误差响应

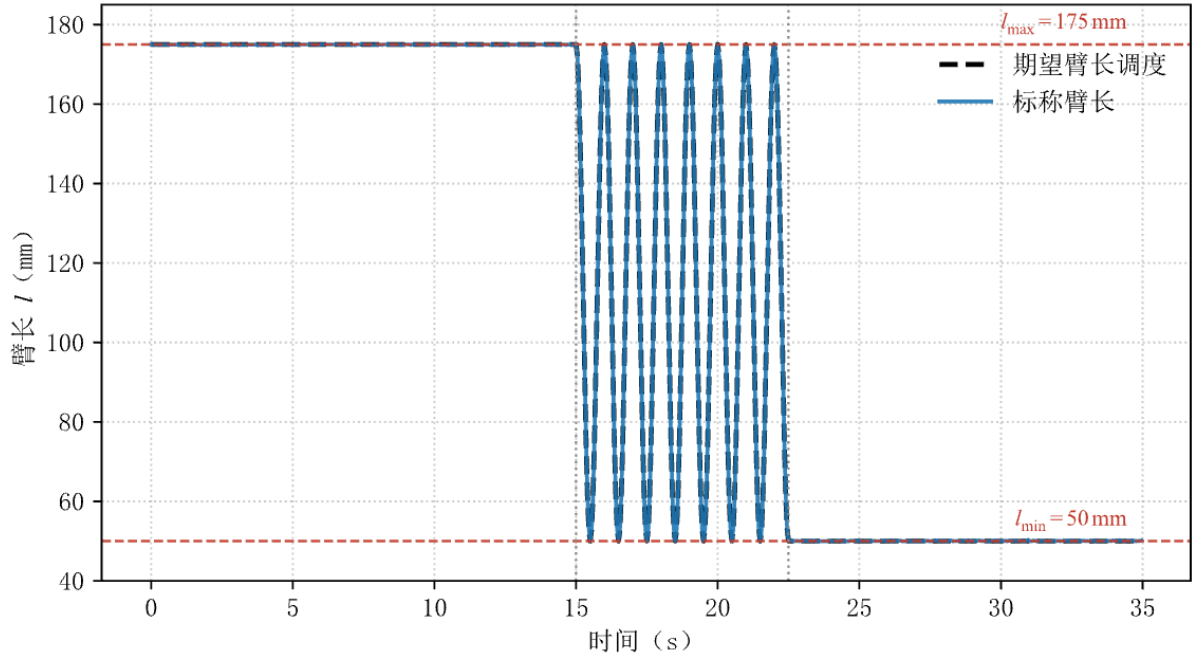


图 6 期望臂长、名义臂长及物理工作边界

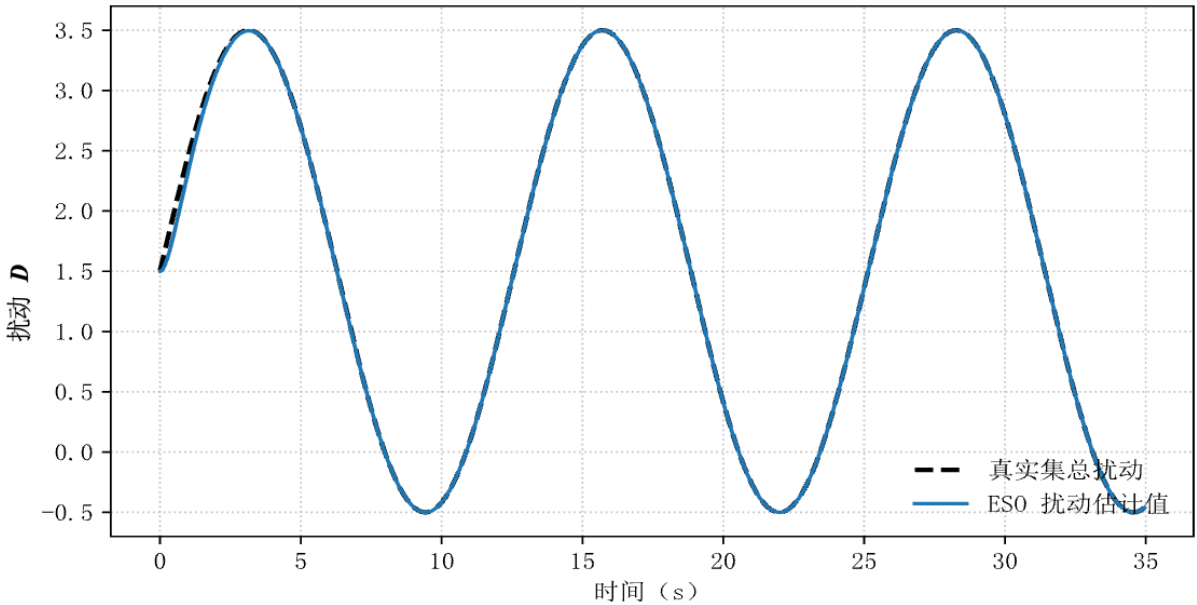


图 7 位置环 ESO 集中扰动估计结果

图 6 表明，名义臂长在全过程均位于 $[0.050, 0.175]$ m 的可执行范围内。图 7 所示 ESO 估计值能够跟随包含参数变化、环间耦合和注入扰动的集中扰动趋势，说明在线模型刷新处理了主要确定性形态变化，而观测补偿有效承担了残余不确定项。该算法级仿真结果表明，基于 ESO 与 NMPC 的复合控制方法能够在保留物理约束的同时提高复杂时变工况中的轨迹跟踪精度。

6.2 实验平台搭建

为验证所提控制方法在真实计算资源与执行器链路下的可实现性，搭建径向可变形四旋翼实验平台。平台采用碳纤维机架与局部 3D 打印连接件，整机质量约为 0.85 kg；动力系统由 C204 无刷电机、3 英寸螺旋桨、四合一电调、YANTRS 0612MG-B 变形舵机和 4S 850 mAh 95C 锂电池组成。飞控板选用 MicoAir743，机载上位计算平台为 Orange Pi 2W，室内实验中由运动捕捉系统以 100Hz 提供位置和姿态基准测量，如图 8 所示。

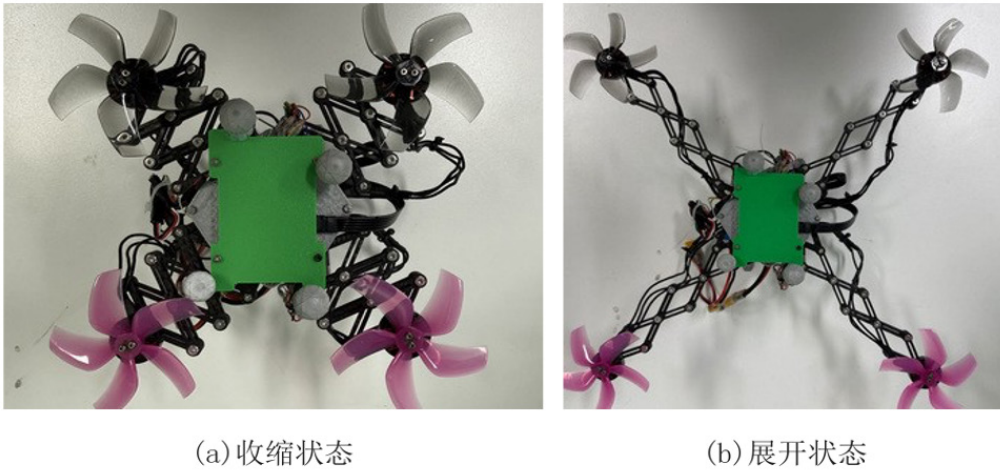


图 8 可变形四旋翼原型机及展开、收缩典型状态

软件采用 ROS2、Micro XRCE-DDS 与 PX4 组成的 Offboard 控制架构。状态估计、臂长名义模型递推、位置/姿态 ESO、位置/姿态 NMPC 以及随臂长变化的控制分配均在机载计算机侧以 100Hz 执行；IMU 原始测量频率为 200Hz，舵机 PWM 指令频率为 50Hz。因机臂变化导致固定分配矩阵不再适用，控制分配结果在 ROS2 控制节点中实时计算后直接下发执行器。板载测试表明，双环 NMPC 串行求解的耗时均值为 1.8ms，95%分位数为 2.5ms，最大值为 4.2ms，满足 10ms 主控制周期要求。

6.3 MuJoCo 系统级物理仿真

在算法级验证基础上，利用 MuJoCo 构建包含刚体动力学、执行器约束与离散采样的系统级仿真环境，如图 9 所示。

该阶段采用与实机一致的主要物理参数和控制频率，并以固定增益 PID 作为对照。此外，为突出快速变形下的瞬态鲁棒性，快速变形悬停应激测试采用 $T_s = 0.5s$ 的折叠/展开指令进行压力测试。需要说明的是，在此极端工况下，期望臂长变化率已超出物理舵机的跟踪能力，真实臂长将严重滞后于期望值。因此，仿真中强制施加该指令仅用于评估控制算法在模型失配极端严重时的表现，不代表实际系统可安全执行。为保证对照公平性，PID 基线仅在名义展开悬停工况下完成一次经验整定，后续所有场景均保持固定增益，不针对风扰、轨迹类型或变形状态重新调整。位置环 PID 增益取 $K_p = \text{diag}(3.0, 3.0, 4.0)$ 、 $K_d = \text{diag}(2.5, 2.5, 3.0)$ 、 $K_i = \text{diag}(0.1, 0.1, 0.2)$ ，姿态环增益取 $K_{p,a} = \text{diag}(8.0, 8.0, 3.0)$ 、 $K_{d,a} = \text{diag}(1.5, 1.5, 0.5)$ 。



图 9 MuJoCo 可变形四旋翼模型与典型臂长构型

在包含快速往复变形的螺旋轨迹跟踪工况中，所提方法在 0 ~ 35s 的全任务周期内获得 0.035m 的三维位置 RMSE 和 0.052m 的峰值位置误差，而 PID 分别为 0.095m 与 0.193m，位置 RMSE 降低约 63.3%。

由图 10 可见，轨迹响应在大臂长、往复变形和小臂长阶段均保持平滑。上述结果说明，ESO 对外扰和质量模型失配的补偿作用在物理引擎环境下仍然有效。

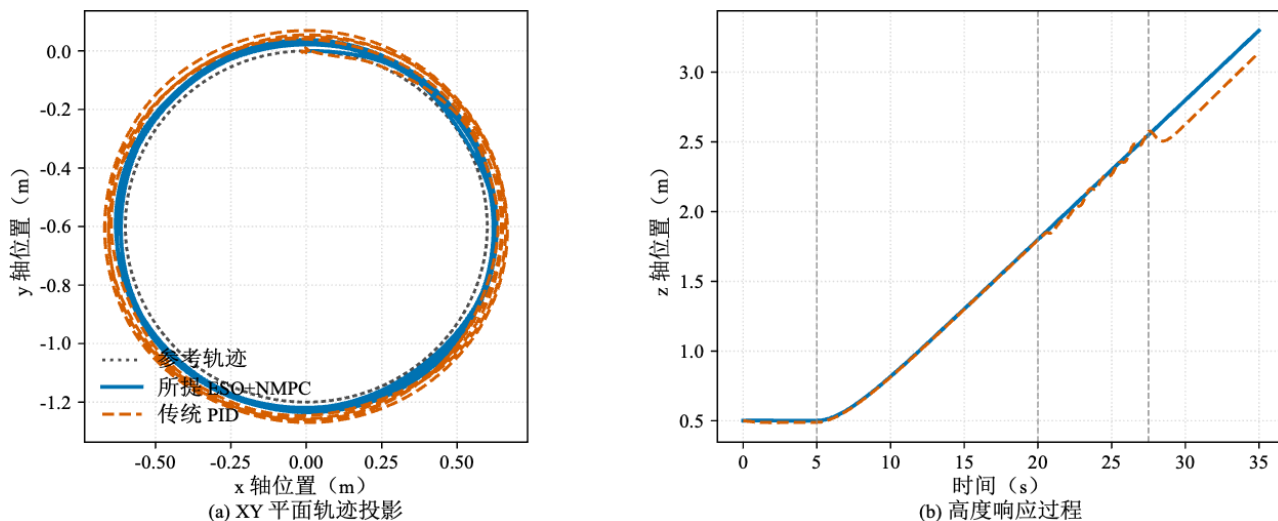


图 10 MuJoCo 快速变形螺旋轨迹跟踪结果

6.4 原型机飞行实验

实机测试在室内运动捕捉场地完成, 控制主链路频率为 100Hz。所提方法与 PID 使用相同原型机、相同任务指令和相同执行器约束; 圆轨迹与 S 型轨迹场景均进行不少于 5 次重复试飞, 并以三维位置 RMSE 的均值和标准差进行统计。

图 11 给出圆轨迹跟踪试验采用高度约 1.0m、直径约 3.0m 的圆轨迹场景与参考路径示意, 代表性单次试飞包含连续 3 圈飞行。所提方法的三维位置 RMSE 为 $0.081 \pm 0.005\text{m}$, 峰值位置误差为 0.138 m。图 12 所示实飞轨迹在多数时刻紧邻参考路径, 说明控制器在执行器迟滞和测量噪声存在时仍能保持路径精度。

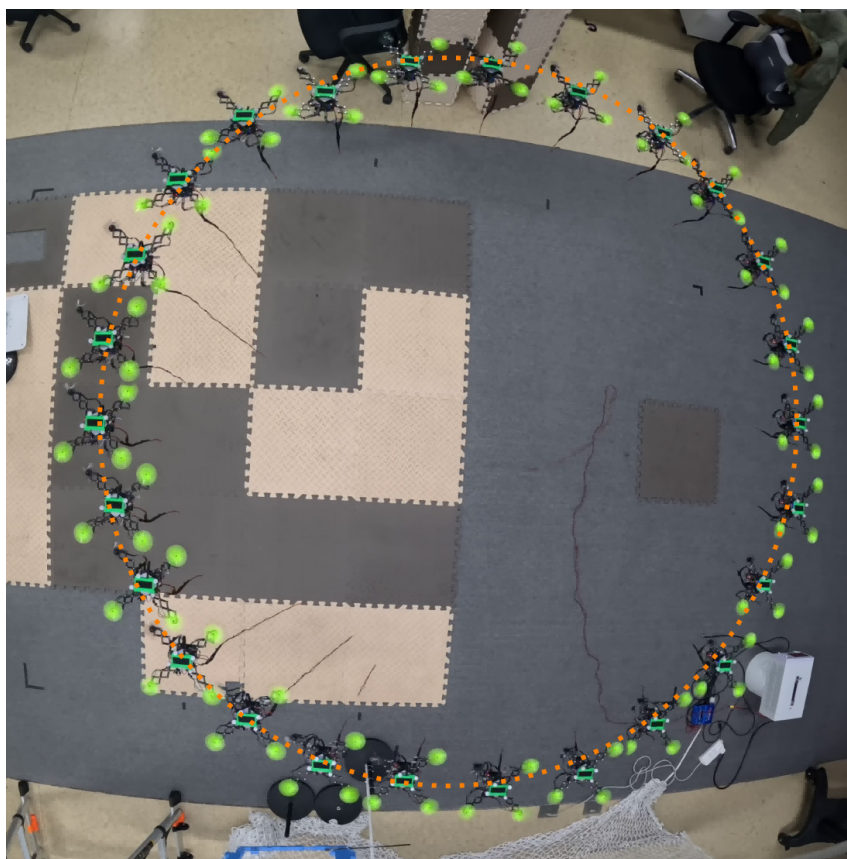


图 11 圆轨迹跟踪实验场景与参考轨迹示意

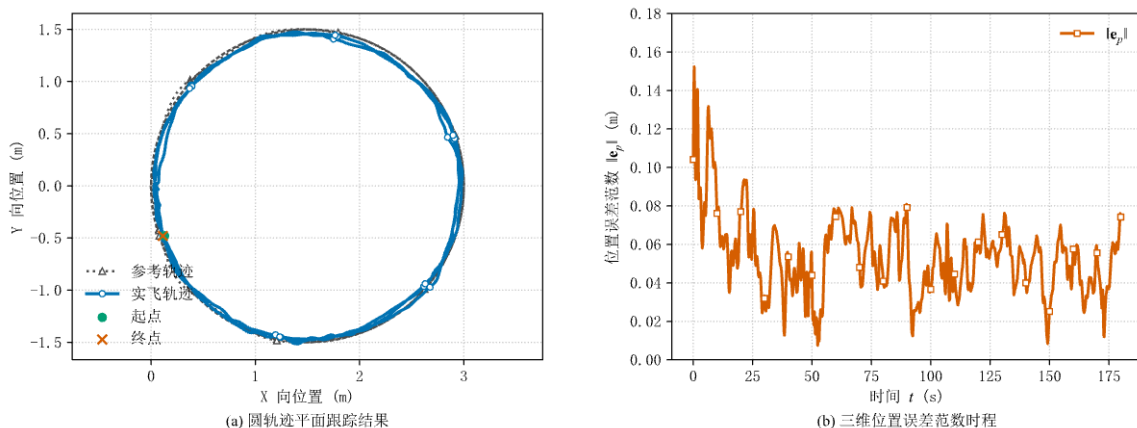


图 12 圆轨迹跟踪代表性实飞结果

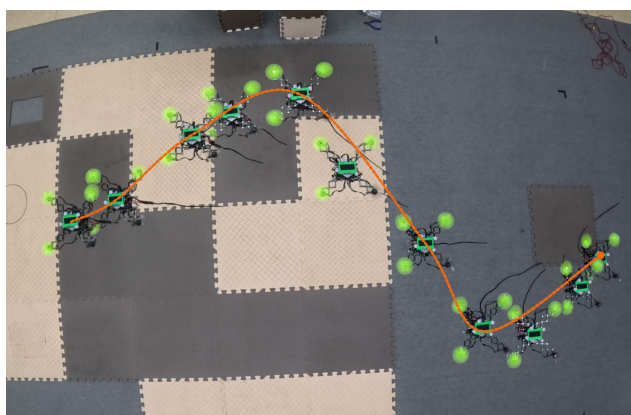


图 13 S 型轨迹跟踪实验场景与参考轨迹示意

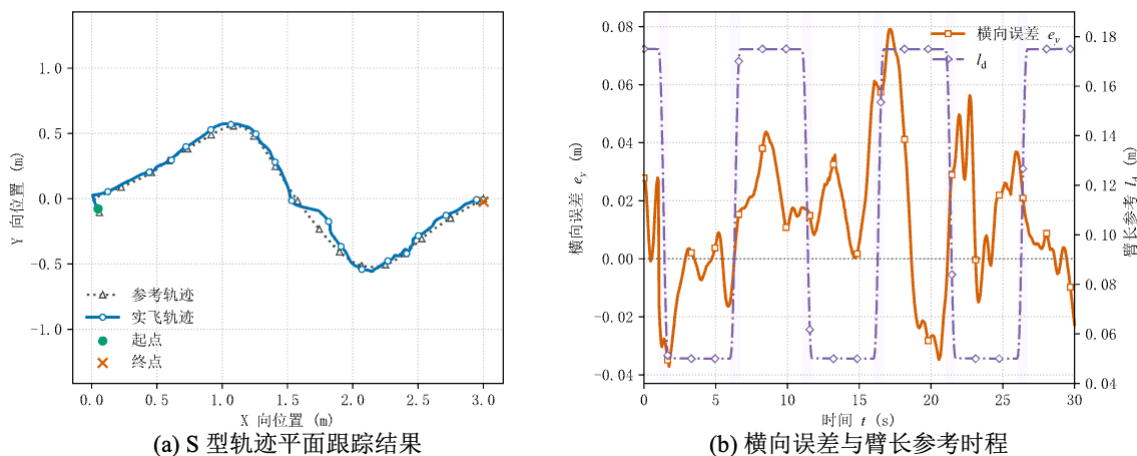


图 14 S 型轨迹与多次形态调整实飞结果

S 型轨迹用于检验连续曲率变化和多次臂长调整并存时的轨迹保持能力。该工况下, 所提方法的三维位置 RMSE 为 $0.046 \pm 0.004\text{m}$, 峰值误差为 0.089 m 。由图 13 和图 14 可见, 在臂长参考多次收缩和展开过程中, 横向误差仍能够快速回落至较小范围。

综合圆轨迹 ($0.081 \pm 0.005\text{ m}$) 与 S 型轨迹 (0.046

$\pm 0.004\text{ m}$) 的多次试飞统计结果, 所提方法在两种典型实飞工况下的三维位置 RMSE 简单算术平均值为 0.064m 。这一定量结果充分说明, 所提方法在持续风扰、连续曲率轨迹和多次形态调整等不同条件下均能保持较高且稳定的位置精度。结合板载求解峰值耗时低于 10ms 主控制周期的结果, 可见控制器不仅在离线仿真

中有效, 也能够真实机载算力和执行器链路下实时运行。

7 结论

本文针对径向可变形四旋翼无人机在构型变化中的高精度抗扰飞行问题, 建立了包含臂长相关惯量、下洗气流空气阻力与输入增益变化的控制导向动力学模型, 并利用三阶臂长名义动力学模型在线刷新预测控制参数。在此基础上, 设计位置姿态分级的基于 ESO 与 NMPC 的复合控制架构: ESO 对模型误差、外部扰动和耦合效应形成的集中扰动进行实时补偿, NMPC 在保留非线性模型的同时显式处理旋翼推力和运动状态约束; 平滑变形策略进一步保证形态执行与参数更新协调一致。

稳定性分析表明, 在有界扰动变化率、有限参数漂移、初始可行和内外环响应速度分离条件下, 闭环跟踪误差一致最终有界, 约束能够在局部递归可行条件下保持满足。多层次验证表明, 无论是在持续风扰还是连续变曲率轨迹下, 该架构均展现出优于传统基线方法的高精度抗扰能力与鲁棒性。但本方法目前依赖臂长名义模型进行在线刷新, 由于真实臂长缺乏直接的传感器反馈, 在舵机经历长期磨损或机载载荷发生显著变化后, 可能需要重新标定静态映射关系; 此外, ESO 带宽的选取需要在扰动抑制能力与测量噪声放大之间进行权衡, 在实际工程应用中需严格依据具体的传感器噪声特性进行整定。针对上述局限性, 后续工作可引入实际臂长传感反馈和更复杂的近壁气动辨识, 以进一步提升模型精度及受限空间自主飞行能力。

参考文献

- [1] Zhao N, Luo Y, Deng H, et al. The deformable quad-rotor: Design, kinematics and dynamics characterization, and flight performance validation[C]//2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). Piscataway, NJ, USA: IEEE,2017: 2391-2396.
- [2] Riviere V, Manecy A, Viollet S. Agile robotic fliers: A morphing-based approach[J]. *Soft Robotics*, 2018,5(5): 541-553.
- [3] Falanga D, Kleber K, Mintchev S, et al. The foldable drone: A morphing quadrotor that can squeeze and fly[J]. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2018,4(2): 209-216.
- [4] Yang D, Mishra S, Aukes D M, et al. Design, planning, and control of an origami-inspired foldable quadrotor[C]//2019 American Control Conference (ACC). Piscataway, NJ, USA: IEEE,2019: 2551-2556.
- [5] Yang T, Zhang Y, Li P, et al. SNIAE-SSE deformation mechanism enabled scalable multicopter: Design, modeling and flight performance validation[C]//2020 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). Piscataway, NJ, USA: IEEE,2020: 864-870.
- [6] Wu Y, Yang F, Wang Z, et al. Ring-rotor: A novel retractable ring-shaped quadrotor with aerial grasping and transportation capability[J]. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2023,8(4): 2126-2133.
- [7] 韩京清. 自抗扰控制技术—估计补偿不确定因素的控制技术[M]. 北京: 国防工业出版社,2008: 56-206.
- [8] Zhao Z, Cao D, Yang J, et al. High-order sliding mode observer-based trajectory tracking control for a quadrotor UAV with uncertain dynamics[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2020,102: 2583-2596.
- [9] Singh K, Mehndiratta M, Feroskhan M. QuadPlus: Design, modeling, and receding-horizon-based control of a hyperdynamic quadrotor[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2022,58: 1766-1779.
- [10] 全权. 多旋翼飞行器设计与控制[M]. 北京: 电子工业出版社,2018.
- [11] Mahony R, Kumar V, Corke P. Multirotor aerial vehicles: Modeling, estimation, and control of quadrotor[J]. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 2012,19(3): 20-32
- [12] Barbaraci G. Modeling and control of a quadrotor with variable geometry arms[J]. *Journal of Unmanned Vehicle Systems*, 2015,3(2): 35-57.
- [13] Ljung L. System Identification: System identification: Theory for the user[M]. 2. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall,1999.
- [14] Mayne D Q, Rawlings J B, Rao C V, et al. Constrained model predictive control: Stability and optimality[J]. *Automatica*, 2000,36(6): 789-814.
- [15] Jiang Z-P, Wang Y. Input-to-state stability for discrete-time nonlinear systems[J]. *Automatica*, 2001,37(6): 857-869.

版权声明: ©2026 作者与开放获取期刊研究中心(OAJRC)所有。本文章按照知识共享署名许可条款发表。

<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



OPEN ACCESS