

“构造函数，比较大小”之解高中函数题例析

周 弈

扬州大学 江苏扬州

【摘要】本文以“构造函数”为核心，系统探讨其在解决高中函数比较大小问题中的应用。通过分类归纳与例题分析，重点阐述两种基本题型：作差构造函数求参数范围、作差构造函数证明不等式。研究发现，将复杂双函数不等关系转化为对单一构造函数单调性、极值与最值的分析，是问题转化的关键。该方法提供通用框架，揭示“转化与归约”思想本质，即把陌生综合问题化为能用导数研究的熟悉模型。本文结合例题拆解构造函数的思维起点与逻辑链条，旨在助学生理解方法来源，提升其分析、转化问题的数学素养。

【关键词】构造函数；高中函数；比较大小；例题分析

【收稿日期】2026 年 3 月 14 日 **【出刊日期】**2026 年 4 月 18 日 **【DOI】**10.12208/j.aam.20260002

Analysis of examples in solving high school function problems using “constructing functions and comparing sizes”

Yi Zhou

Yangzhou University, Yangzhou, Jiangsu

【Abstract】 This paper focuses on “constructing functions” and systematically explores their application in solving high school function comparison problems. Through classification, summarization, and example analysis, it emphasizes two basic problem types: using the difference function to find the parameter range and using the difference function to prove inequalities. The study finds that transforming complex inequalities between two functions into the analysis of the monotonicity, extrema, and maximum/minimum values of a single function constructor is key to problem transformation. This method provides a general framework, revealing the essence of the “transformation and reduction” idea—that is, turning unfamiliar comprehensive problems into familiar models that can be studied using derivatives. This paper breaks down the starting point and logical chain of constructing functions using examples, aiming to help students understand the source of the method and improve their mathematical literacy in analyzing and transforming problems.

【Keywords】 Constructing functions; High school functions; Comparing sizes; Example analysis

函数是高中数学的核心概念之一，而函数之间的比较问题——诸如证明不等式、求解参数范围、判断图像关系等——既是教学的重点，也是学生学习的难点。这类问题通常形式灵活、综合性强，学生往往感到无从下手，或是机械套用步骤而不知其所以然。教学中为使掌握构造函数的相关思路与技巧，并在解题中灵活应用，促进学生解题能力更好的提升，应注重结合相关例题，为学生展示构造函数的具体应用^[1]。

这类问题的本质属性就是函数关系，可利用构造函数法去尝试解决，问题便会迎刃而解^[2]。其核心在于，通过有目的地构造一个新的辅助函数，将原本涉及两个（或多个）函数的关系问题，转化为对这一个新函数性质（如单调性、极值、符号等）的深入研究。这实质上是运用了“转化与归约”的数学基本思想，将复杂的、不熟悉的问题映射到一个清晰的、有章可循的分析框架内。

然而，在教学实践中，学生最大的困惑往往不是“如何求导计算”，而是“为什么要这样构造？这个函数是怎么想到的？”如果仅呈现构造后的解答过程，学生学到的只是模仿，无法在面临新问题时进行有效迁移。

基于此, 本文旨在对“构造函数, 比较大小”这一专题进行深入例析。论文将精选典型例题, 不仅展示解题过程, 更着重剖析每一例中构造函数的思维动机与逻辑必然性^[3], 力图回答学生的根本疑惑: 从题目条件到辅助函数的思维链条是如何建立的? 我们试图阐明, 构造函数并非灵光一闪的技巧, 而是将问题语言(文字、图形、代数式)逐步翻译为“函数与导数”分析语言的系统性思考过程。通过这种剖析, 期望能帮助学生内化方法, 发展其数学建模与问题转化的关键能力。

题型一: 作差构造函数, 求参数范围

例 1: 设函数 $f(x)=xe^x$, $g(x)=ax^2+x$ 。

(1) 若 $f(x)$ 与 $g(x)$ 具有完全相同的单调区间, 求 a 的值;

(2) 若当 $x \geq 0$ 时, 恒有 $f(x) \geq g(x)$, 求 a 的取值范围。

分析: (1) 求导, 通过导函数的符号变化确定函数 $f(x)$ 的单调区间, 再通过二次函数的对称性和单调性求出 a 值; (2) 作差构造函数, 将问题转化为函数的最小值为正, 再通过研究导数的符号变化研究函数的最值。

详解: (1) 对 $f(x)$ 求导得 $f'(x)=e^x+xe^x=(1+x)e^x$, $x \in R$ 。

当 $x < -1$ 时, $f'(x) < 0$, 所以 $f(x)$ 在 $(-\infty, -1)$ 内单调递减;

当 $x > -1$ 时, $f'(x) > 0$, 所以 $f(x)$ 在 $(-1, +\infty)$ 内单调递增。

又 $g(x)=2ax+1$, $x \in R$, 由 $g'(-1)=-2a+1=0$, 得 $a=\frac{1}{2}$ 。

此时 $g(x)=\frac{1}{2}x^2+x=\frac{1}{2}(x+1)^2-\frac{1}{2}$ 。显然, $g(x)$ 在 $(-\infty, -1)$ 内单调递减, 在 $(-1, +\infty)$ 内单调递增, 故 $a=\frac{1}{2}$ 。

(2) 当 $x \geq 0$ 时恒有 $f(x) \geq g(x)$, 即 $f(x)-g(x)=x(e^x-ax-1) \geq 0$ 恒成立,

故只需 $F(x)=e^x-ax-1 \geq 0$ 恒成立, 对 $F(x)$ 求导可得 $F'(x)=e^x-a$ 。

若 $a \leq 1$, 则当 $x \in (0, +\infty)$ 时, $F'(x) > 0$, $F(x)$ 为增函数, 从而当 $x \geq 0$ 时, $F(x) \geq F(0)=0$ 。

即 $f(x) \geq g(x)$;

若 $a > 1$, 则当 $x \in (0, \ln a)$ 时, $F'(x) < 0$, $F(x)$ 为减函数, 从而当 $x \in (0, \ln a)$ 时, $F(x) < F(0)=0$, 即 $f(x) < g(x)$, 故 $f(x) \geq g(x)$; 不恒成立。

故 a 的取值范围为 $(-\infty, 1]$ 。

策略分析: 重点解析第二小题, 当题目给出“当 $x \geq 0$ 时, 恒有 $f(x) \geq g(x)$ ”这样的条件时, 第一反应应该是: 如何将两个函数的不等关系, 变成一个能系统分析的问题^[4]? 高中阶段最强大的工具是导数, 而导数研究的是单个函数的性质。因此, 一个很自然的想法是: 让这两个函数“同台竞技”, 看它们的差是正是负。于是, “构造”出 $F(x)=f(x)-g(x)$ 。这个“构造”并非凭空创造, 而是将题目条件 $f(x) \geq g(x)$ 进行了一次最直白的代数移项: $f(x)-g(x) \geq 0$ 。接下来的关键洞察是, 提取公因式 x 后, 由于 $x \geq 0$, 不等号的方向就完全取决于另一个因子 e^x-ax-1 的符号。因此, 进一步将问题简化为研究一个更简单的函数 $H(x)=e^x-ax-1$ 。整个思考链是: 比较大小 $\rightarrow$ 移项作差 (构造差函数) $\rightarrow$ 简化问题 (分离参数与变量)。掌握这个链条, 学生就能在面对类似“恒成立”问题时, 有清晰的思考起点。这种构造将“曲线间位置关系”转化为“新函数符号判断”, 是处理含参不等式恒成立问题的通用且重要的方法。

例 2: 已知函数 $f(x)=x^2+ax+b$, $g(x)=e^x(cx+d)$ 。若曲线 $y=f(x)$ 和曲线 $y=g(x)$ 都过点 $P(0, 2)$, 且在点 P 处有相同的切线 $y=4x+2$ 。

(1) 求 a, b, c, d 的值;

(2) 若 $x \geq -2$ 时, $f(x) \leq kg(x)$, 求 k 的取值范围。

分析: (1) 由已知得 $f(0)=2$, $g(0)=2$, $f'(0)=4$, $g'(0)=4$, 即可求解 a, b, c, d 的值; (2) 由

(1) 知, 设 $h(x) = kg(x) - f(x) = 2ke^x(x+1) = x^2 - 4x - 2$, 求得 $h'(x)$, 根据题意 $h(0) \geq 0$, 得 $k \geq 1$, 利用导数分类讨论, 的奥函数的单调性与最值, 即可求得实数 k 的取值范围。

详解: (1) 由已知得 $f(0) = 2$, $g(0) = 2$, $f'(0) = 4$, $g'(0) = 4$, $f'(x) = 2x + a$, $g'(x) = e^x(cx + d + c)$, 所以 $a = 4$, $b = 2$, $c = 2$, $d = 2$ 。

(2) $f(x) = x^2 + 4x + 2$, $g(x) = 2e^x(x+1)$, 设 $h(x) = kg(x) - f(x) = 2ke^x(x+1) = x^2 - 4x - 2$,

则 $h'(x) = 2ke^x(x+2) - 2x - 4 = 2(x+2)(ke^x - 1)$, 由题意知, $h(0) \geq 0$, 即 $k \geq 1$, 令 $h'(x) = 0$, 则 $x_1 = -2$, $x_2 = -\ln k$, 当 $1 \leq k < e^2$ 即 $-2 < x_2 \leq 0$ 时, 由 $h'(x) > 0$ 得, $x > -\ln k$ 和 $h'(x) < 0$ 得,

$-2 < x < -\ln k$, 所以 $h(x)$ 在 $(-2, -\ln k)$ 单调递减, 在 $(-\ln k, +\infty)$ 单调递增, 所以 $h(x)$ 在区间 $[-2, +\infty)$ 上的最小值 $h(x)_{\min} = h(-\ln k) = \ln k(-\ln k + 2) \geq 0$, 所以当 $x \geq -2$ 时, $h(x) \geq 0$ 即 $f(x) \leq kg(x)$ 恒成立。当 $k = e^2$ 即 $x_2 = -2$ 时, $h'(x) \geq 0$ 恒成立, 即 $h(x)$ 在 $[-2, +\infty)$ 单调递增, 所以 $h(x)$ 在区间 $[-2, +\infty)$ 上的最小值 $h(x)_{\min} = h(-2) = 0$,

所以当 $x \geq -2$ 时, $h(x) \geq 0$ 即 $f(x) \leq kg(x)$ 恒成立。当 $k > e^2$ 即 $x_2 < -2$ 时, $h'(x) \geq 0$ 恒成立即 $h(x)$ 在 $[-2, +\infty)$ 单调递增, 所以 $h(x)$ 在区间 $[-2, +\infty)$ 上的最小值 $h(x)_{\min} = h(-2) = -2e^{-2}(k - e^2) < 0$, 所以当 $x \geq -2$ 时, $f(x) \leq kg(x)$ 不可能恒成立。

综上所述, k 的取值范围是 $[1, e^2]$ 。

策略分析: 本题第(2)问的起点是解完参数后的不等式 $f(x) \leq kg(x)$ 。面对这种一边是函数、一边是函数乘以参数的不等式, 标准思路是将所有项移到不等式的一侧, 让另一边为 0。这样做的目的是将“ k 取何值时不等式成立”的问题, 转化为“ k 取何值时, 某个新构造的函数在整个区间上恒非负(或非正)”的问题。所以构造函数 $h(x) = kg(x) - f(x)$, 使得原不等式等价于 $h(x) \geq 0$ 。此处的关键不是“作差”本身, 而是接下来的求导、找零点、根据参数 k 分类讨论单调性, 根据 $h(x) = 2(x+2)(ke^x - 1)$ 中参数 k 的变化, 分类讨论极值点 $x = -\ln k$ 与区间端点 $x = -2$ 的位置关系。关键教学点在于: 让学生明确, 构造函数 $h(x)$ 不是技巧, 而是将“不等关系”转化为“函数值域或最值问题”的必然步骤。

在例 2 的基础上, 为帮助学生进一步体会如何从复杂函数结构中挖掘隐含性质(如奇偶性、单调性), 并灵活运用构造函数的方法解决不等式问题, 以下提供一道变式题:

变式: 已知函数 $f(x) = x^2 - \frac{2x^2}{3^x+1} + 1$ 。若存在 $m \in (1, 4)$ 使得不等式 $f(4-ma) + f(m^2+3m) > 2$ 成立, 则实数 a 的取值范围是?

分析: 令 $g(x) = \frac{(3^x-1)x^2}{3^x+1}$, 可判断 $g(x)$ 为奇函数且在 $(0, +\infty)$ 递增, 由 $f(4-ma) + f(m^2+3m) > 2$ 得 $g(4-ma) > g(-m^2-3m)$, 所以 $4-ma+m^2+3m > 0$ 成立, 分离参数利用最值求解即可。

详解: $f(x) = x^2(1 - \frac{2}{3^x+1}) + 1 = \frac{(3^x-1)x^2}{3^x+1} + 1, x \in R$

令 $g(x) = \frac{(3^x-1)x^2}{3^x+1}$, 则 $g(-x) = \frac{(3^{-x}-1)(-x)^2}{3^{-x}+1} = \frac{(1-3^x)x^2}{3^x+1} = -g(x)$, 又因为 $g(x) = \frac{(3^x-1)x^2}{3^x+1} = x^2(1 - \frac{2}{3^x+1})$ 在 $(0, +\infty)$ 递增,

所以 $f(4-ma) + f(m^2+3m) > 2$, 得 $g(4-ma) + g(m^2+3m) > 0$, 则 $g(4-ma) > g(-m^2-3m)$, 所以 $4-ma+m^2+3m > 0$ 。又 $\exists m \in (1, 4)$, 使得 $a < m + \frac{4}{m} + 3$, 易知: $m + \frac{4}{m} + 3 \in [7, 8)$, 所以 $a < 8$ 。

策略分析: 这道题看起来复杂, 但核心突破口在于观察 $f(x)$ 的表达式结构: $f(x) = \frac{(3^x-1)x^2}{3^x+1} + 1$ 。它由一个复杂的分数加上常数 1 构成。一个重要的数学直觉是: 如果能把常数 1 分离出去, 剩下的部分会不会有特殊性质? 尝试令 $g(x) = f(x) - 1$, 发现 $g(x) = \frac{(3^x-1)x^2}{3^x+1}$ 。接下来验证 $g(x)$ 的性质, 是一个探索性过程:

先试试奇偶性, 发现 $g(-x) = -g(x)$, 这是一个重大发现! 再试试单调性(在 $x > 0$ 时), 发现它递增。一旦发现 $g(x)$ 是奇函数且单调, 那么原不等式 $f(A) + f(B) > 2$ 就可以立刻改写为 $g(A) + g(B) > 0$, 再利用奇函数性质变成 $g(A) > g(-B)$, 最后利用单调性脱去 $g(x)$, 得到关于自变量 A, B 的简单不等式。这里的“构造” $g(x)$, 本质是对原函数进行“解剖”和“重构”, 以挖掘和利用其隐藏的对称性(奇偶性)和顺序性(单调性)。它教会学生, 面对复杂函数时, 要勇于拆分、试探其组成部分的性质。这种构造并非直接作差, 而是通过挖掘函数内在的奇偶性和单调性, 实现不对称项的抵消与转化, 是解决涉及函数和与复合形式不等式的巧妙手段^[5]。

题型二: 作差构造函数证明不等式

例 3: 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + a \ln x$ 。

(1) 若 $a = -1$, 求函数 $f(x)$ 的极值, 并指出是极大值还是极小值;

(2) 若 $a = 1$, 求证: 在区间 $[1, +\infty)$ 上, 函数 $f(x)$ 的图像在函数 $g(x) = \frac{2}{3}x^3$ 的图像的下方。

分析: (1) 定义域为 $(0, +\infty)$, $f'(x) = \frac{(x+1)(x-1)}{x}$, 可求得单调区间内的极小值。(2) 函数 $f(x)$ 的图像在函数 $g(x) = \frac{2}{3}x^3$ 的图像的下方, 即 $f(x) < g(x)$, 变形 $F(x) = f(x) - g(x) = \frac{1}{2}x^2 + \ln x - \frac{2}{3}x^3 < 0$, 由导数求 $F(x)_{\min} < 0$ 。

详解: (1) 由于函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$,

当 $a = -1$ 时, $f'(x) = x - \frac{1}{x} = \frac{(x+1)(x-1)}{x}$, 令 $f'(x) = 0$ 得 $x = 1$ 或 $x = -1$ (舍去),

当 $x \in (0, 1)$ 时, $f'(x) < 0$, 因此函数 $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 上是单调递减的,

当 $x \in (1, +\infty)$ 时, $f'(x) > 0$, 因此函数 $f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上是单调递增的,

则 $x = 1$ 是 $f(x)$ 的极小值点, 所以 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处取得极小值为 $f(1) = \frac{1}{2}$ 。

(2) 设 $F(x) = f(x) - g(x) = \frac{1}{2}x^2 + \ln x - \frac{2}{3}x^3$,

则 $F'(x) = x + \frac{1}{x} - 2x^2 = \frac{-2x^3 + x^2 + 1}{x} = \frac{-(x-1)(2x^2 + x + 1)}{x}$, 当 $x > 1$ 时, $F'(x) < 0$, 故 $f(x)$ 在区间 $[1, +\infty)$ 上是单调递减的, 又 $F(1) = -\frac{1}{6} < 0$, 所以在区间 $[1, +\infty)$ 上, $F(x) < 0$ 恒成立。即 $f(x) - g(x) < 0$ 恒成立, 即 $f(x) < g(x)$ 恒成立。

因此, 当 $a = 1$ 时, 在区间 $[1, +\infty)$ 上, 函数 $f(x)$ 的图像在函数 $g(x)$ 图像的下方。

策略分析: 本题的价值在于实现从几何语言到代数语言的“翻译”过程。题目中“图像在下方”这一直观描述, 通过设 $F(x) = f(x) - g(x)$ 转化为证明不等式 $F(x) < 0$ ^[4]。构造的动机并非源于技巧, 而是源于对“位置关系”的精确代数化。教学重点应放在引导学生理解: 几何直观需要借助函数差值这一“度量工具”才能进入严谨的导数分析框架, 从而培养其将实际问题数学化的建模能力, 引导学生掌握这种“翻译”能力, 比记住构造形式更重要。

例 4: 已知函数 $f(x) = 2 \ln(x+1)$ 。

(1) 若函数 $f(x)$ 在点 $P(x_0, f(x_0))$ 处的切线方程为 $y = 2x$, 求切点 P 的坐标。

(2) 求证: $x \in [0, e-1]$ 时, $f(x) \geq x^2 - 2x$; (其中 $e = 2.71828\dots$)。

分析: (1) 先求出 $f'(x) = \frac{2}{x+1}$, 由 $f'(x_0) = 2$ 可得 $x_0 = 0$, 又 $f(0) = 0$, 可得切点 P 的坐标为 $(0, 0)$; (2) 设 $g(x) = f(x) - x^2 + 2x$, 则原不等式等价于 $g(x)_{\min} \geq 0$, 利用导数研究函数 $g(x)$ 的单调性, 可得 $g(x)$ 在 $(0,$

$\sqrt{2}$) 上单调递增, 在 $(\sqrt{2}, e-1)$ 上单调递减, 比较极值及区间端点函数值的大小, 可得 $g(x)_{\min} = g(0) = 0$, 从而原不等式成立。

详解: (1) 由函数 $f(x) = 2\ln(x+1)$ 得函数 $f(x)$ 的定义域是 $(-1, +\infty)$, 且 $f'(x) = \frac{2}{x+1}$, 因为函数 $f(x)$ 在点 $P(x_0, f(x_0))$ 处的切线方程为 $y=2x$, 所以 $f'(x_0) = 2$ 即 $\frac{2}{x_0+1} = 2$, 解得 $x_0=0$, 又 $f(0)=0$, 所以切点 P 的坐标为 $(0, 0)$ 。

(2) 由题意, 当 $x \in [0, e-1]$ 时, $f(x) - x^2 + 2x \geq 0$ 恒成立, 设 $g(x) = f(x) - x^2 + 2x$, 则 $g(x)_{\min} \geq 0$, $g'(x) = \frac{2}{x+1} - 2x + 2 = \frac{4-2x^2}{x+1}$, 令 $g'(x) > 0$, 得 $0 < x < \sqrt{2}$; 令 $g'(x) < 0$, 得 $\sqrt{2} < x < e-1$, 所以 $g(x)$ 在 $(0, \sqrt{2})$ 上单调递增, 在 $(\sqrt{2}, e-1)$ 上单调递减, 且 $g(0) = f(0) - 0 = 0$,

$g(e-1) = 2 - (e-1)^2 + 2(e-1) = 2 + (e-1)(3-e) > 0$, 所以 $g(x)$ 在区间 $[0, e-1]$ 上的最小值 $g(x)_{\min} = g(0) = 0$, 所以当 $x \in [0, e-1]$ 时, $f(x) \geq x^2 - 2x$ 。

策略分析: 第(2)问的目标是证明一个具体的函数不等式。面对“当 $x \in (0, e-1]$ 时, $f(x) \geq \dots$ ”这类命题, 证明的出发点是将“比较大小”转化为“判断符号”。因此, 标准思路是将不等式右端的表达式移到左边, 构造一个差函数 $g(x)$, 使原命题等价于证明 $h(x) \leq 0$ (或 ≥ 0)。具体到本题, 即设 $g(x) = f(x) - (x^2 - 2x)$ 。构造函数 $g(x)$ 的根本动机是: 需要一个“标尺”或“检测器”, 来衡量不等式两边的差值在整个区间上是否始终位于零的一侧。接下来的导数分析(求 $g'(x)$ 、找极值点)就是为了确定函数单调性找出这个“检测器”的最小值点。最终发现 $g(x)$ 在端点处 $x=0$ 处取得最大值 0, 从而在区间 $(0, e-1]$ 上恒有 $g(x) \leq 0$, 原不等式得证。这种方法的精髓在于: 将“证明全局不等式”这一静态问题, 转化为“研究一个新函数的整体行为(值域)”这一动态问题, 从而可以系统地运用导数工具进行求解。

结论: 通过上述例题的剖析可见, “构造函数”并非灵光一现的解题技巧, 而是一种系统化、可操作的数学思维方式。其核心在于将复杂的函数比较问题, 通过构造辅助函数, 转化为对单一函数性质(单调性、极值、符号等)的分析。结合本文的典型例题分析, 系统总结了构造函数在解决函数比较大小问题中的核心策略:

(1) 作差构造, 化不等为符号

面对函数不等式(如 $f(x) \geq g(x)$), 最直接、最通用的策略是将不等式移项, 构造差函数 $h(x) = f(x) - g(x)$ 。将原问题转化为研究 $h(x)$ 的符号问题, 进而利用导数判断其单调性与最值。这是处理“恒成立”类问题的基本起点。

(2) 分离参数, 化含参为定参

当不等式中含有参数时, 构造函数后可结合导数分析参数对函数单调性、极值点的影响, 进而通过分类讨论确定参数范围。关键在于抓住“极值点是否在定义域内”这一判断标准, 合理划分参数区间。

(3) 挖掘结构, 化复杂为简单^[6]

面对形式复杂的函数(如含有分式、指数与多项式混合), 应尝试拆分结构、分离常数、提取公因式, 甚至构造新函数以揭示其隐含性质(如奇偶性、单调性)。这种“解剖式”构造有助于发现函数的对称性, 进而实现不等式的简化与转化。

(4) 几何翻译, 化形象为代数

对于“图像在上/下方”等几何语言, 应迅速转化为代数不等式, 进而构造差函数或比值函数。这种“翻译”能力是连接几何直观与代数推理的桥梁, 也是培养学生数学建模素养的关键。

综上, “构造函数”方法的本质是转化与归约思想的体现^[7]。它将一个看似陌生、复杂的函数比较问题,

通过构造辅助函数，转化为我们熟悉的、可用导数系统研究的函数模型。掌握这一方法，不仅有助于学生应对高考中的函数综合题，更能提升其分析问题、转化问题的数学素养，培养其结构化思维与建模能力^[8]。

参考文献

- [1] 魏春华.构造函数在高中数学解题中的应用[J].数理化解题研究,2022.
- [2] 刘瑞秀.浅谈用构造函数法比较大小问题[J].数理天地(高中版), 2022.
- [3] 龙宇. 构造函数比较大小[J].数理化学学习(高中版), 2022.
- [4] 唐洵.构造函数比大小泰勒公式显奇效——谈 2022 高考中两个大小比较问题的函数构造以及命题思路[J].中学数学研究(华南师范大学版),2022.
- [5] 童其林.用美学观点构造函数解决比较大小问题[J].数学通讯,2022.
- [6] 李天宁.构造函数巧解题[J].中学教学参考, 2011.
- [7] 侯有岐.比较大小方法多, 构造函数价更高[J].高中数理化,2021.
- [8] 宋杰姝.例析高中数学解题中构造法的应用[J].中学数学,2024.

版权声明：©2026 作者与开放获取期刊研究中心(OAJRC)所有。本文章按照知识共享署名许可条款发表。

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



OPEN ACCESS