

几何直觉在高中数学教学中的应用——以苏教版教材《椭圆》为例

Yufan Wang*, Baowen Zhang

宁夏大学 宁夏银川

【摘要】近年来,随着核心素养在我国的不推广和实,国内外许多专家学者对核心素养在具体教学中的体现进行了大量的研究,但提出的培养策略理论性较强,缺乏一定的实用性,研究主要集中在小学和初中阶段,缺乏针对高中学生几何直觉能力的相关研究。因此,本文以苏教版新版教材为切入点,通过具体实例,从课前导入、新知识传授、巩固拓展三个方面提出了培养高中学生几何直觉能力的几点建议,希望从教师教学的角度为一线教师提供一些教学参考,也能在一定程度上帮助高中教师提升对几何直觉能力的认识。

【关键词】几何直觉;核心素养;圆锥曲线

【收稿日期】2025 年 6 月 13 日

【出刊日期】2025 年 7 月 8 日

【DOI】10.12208/j.mepr.20250004

The application of geometric intuition in high school mathematics teaching—take the Su education edition textbook *ellipse* as an example

Yufan Wang*, Baowen Zhang

Ningxia University, Yinchuan, Ningxia

【Abstract】In recent years, with the continuous promotion and implementation of core literacy in China, many experts and scholars at home and abroad have conducted many studies on the performance of core literacy in specific teaching. However, the training strategies proposed are too theoretical and lack certain practicability. The studies are primarily concentrated in primary and junior high schools, and there is a lack of relevant studies on the geometric intuitive ability of senior high school students. Therefore, this paper, starting from the new version of the textbook of the Su Education Edition, puts forward several suggestions on the cultivation of high school students' geometric intuitive ability from three aspects of pre-class introduction, new knowledge imparts, and consolidation and expansion through specific examples, hoping to provide some teaching references for front-line teachers from the perspective of teacher teaching. It can also help high school teachers to improve their understanding of geometric intuition to a certain extent.

【Keywords】Geometric intuition; Core literacy; Conic curve

所谓“几何直觉”是数学核心素养中直觉想象的下属概念。图形是描述和分析问题的方法之一,它从图形层面将复杂、抽象的代数等一系列问题转化为直观的图像问题,进而梳理出更为简单的思路来解决问题。它是一种通过对空间概念和数量关系的直接感知和整体把握,将复杂问题简化的手段(Kong Fanzhe, Shi Ningzhong, 2012)。在数学教学中,几何直觉有助于学生学习和掌握抽象的几何定

理和概念,形成抽象思维。通过培养学生的几何直觉能力,学生可以将一些抽象的数学问题形象化,培养他们的逻辑思维、探索精神和创新意识,更有利于学生数学抽象、逻辑推理、数据运算等核心素养的培养。因此,“几何直觉”是当今数学教学的重要方面,也是现代教育的必然要求。

《普通高中数学课程标准(2017 年版,2020 年修订)》(中华人民共和国教育部,2020)中明确指

*通讯作者: Yufan Wang

注:本文于 2023 年发表在 The Educational Review 期刊 7 卷 9 期,为其授权翻译版本。

出,几何直觉能力的培养对学生抽象思维能力的形成和发展具有重要的影响,并从程序文件层面阐明了培养学生几何直觉能力对数学学习的重要性。然而,鉴于高中阶段教学压力较大,教师在平时教学中往往忽视了学生几何直觉能力的培养,学生的数学抽象、直觉想象等思维能力得不到很好的发展,这也使得教师有时出现重复教学,其实得不偿失。因此,重视高中学生几何直觉能力的培养,不仅有助于学生形成直觉的逻辑思维和良好的空间想象能力,也有助于有效促进教学进度。

1 课程定位

椭圆位于2019年版选修必修第一册《圆锥曲线与方程》第三章第一节。本章的教学要求(中华人民共和国教育部,2020)如下:

(1)了解圆锥曲线的实际背景,感受圆锥曲线在刻画现实世界和解决实际问题中的应用。

(2)体验从具体情境中抽象出椭圆的过程,掌握椭圆的定义、标准方程和简单的几何性质。

(3)了解抛物线、双曲线的定义、几何图形和标准方程,以及它们的简单几何性质。

(4)通过学习圆锥曲线和方程,进一步理解数形结合的思想。

(5)了解椭圆和抛物线的简单应用。

并提出通过代数方法帮助学生理解和掌握圆锥曲线的简单性质,并借助信息技术和数学软件直观地展示其变换和应用(教育部,2020)。

此外,圆锥曲线在高中数学学习中的知识重要性方面有着独特的地位。它不仅是圆理论的延伸,也是解析几何不可或缺的一部分。向上,它是微积分内容的重要研究对象;向下,它是平面解析几何的三维扩展,全面考察学生的空间想象能力、几何直观能力、逻辑推理能力以及数据运算能力。因此,这部分题目非常容易上手,在高考中通常被放在后面,作为区分题来考察。

因此,这部分不仅对学生很重要,而且对老师也是一次考验。

2 培育策略

2.1 课前导入:激发学习兴趣,逐步提高识图能力

著名科学家爱因斯坦曾说过:“兴趣是最好的老师”。也就是说,一个人一旦对某件事产生了浓厚的兴趣,就会产生坚实的探索和学习动力,并在

这个过程中获得强烈的自我满足感和成就感。而且,只要兴趣持续存在,就会形成一个良性循环,驱使人们不断前行。因此,中外教育家都非常重视培养学生的兴趣。然而,在高中阶段,循序渐进地培养学生对数学的兴趣是不可能的。因此,我们需要在课前通过适当的引导,激发学生的学习兴趣。尤其面对学生眼中“难啃的硬骨头”——几何题,我们更应该注重激发学生的兴趣。几何题中,最重要的是读图能力,所以在教学中,我们应该激发学生的兴趣,逐步提高他们的读图能力。

例如,在《椭圆的标准方程》第一节课中,我们可以通过嫦娥奔月的民间神话故事引发学生兴趣,进而介绍月球绕月运行的轨道(Zhang Jianyue, 2021),并通过展示月球绕月运行的轨迹图来引入本课的教学主题——椭圆。这样,不仅不会像大多数教师通过生活实例进行讲解那样落入套路,还能向学生科普航空航天的相关知识,进行学科渗透,有利于学生各方面的发展,课堂氛围也不会像传统的概念课那样枯燥乏味,可谓一举多得。例如,在同一节课中,我们可以向学生展示平行光照射篮球平面时形成的阴影,并让学生判断其形状。由于学生接触篮球较多,对篮球比较熟悉,很容易激发学生的兴趣。通过篮球引入“椭圆”还能对学生的认图能力进行针对性的调查,方便、高效。

2.2 新知识教学:利用实物增强学生的空间想象能力

随着新一轮课程改革的实施,越来越重视培养学生的视觉能力,尤其在高中阶段,学生必须具备良好的视觉能力。然而,由于学生抽象水平的限制,教师应适当利用实物作为观察对象,开展一些直观的教学活动,帮助学生提高空间想象能力。这种利用实物作为观察对象帮助学生形象化的方法被称为物理直觉(Kong Fanzhe, Shi Ningzhong, 2012)。相比于普通的教学方法,物理直觉本身更有助于学生对事物有生动具体的认知,它能更直观地展现事物的本质特征和特性,使学生能够迅速地将教师传授的间接经验转化为直接经验,视觉冲击带来的体验感和参与感更强。尤其是在抽象几何问题的教学中,学生的空间想象能力更加有限。在这种情况下,物理直觉不失为一种合适的治愈方法,它不仅帮助学生解决问题,还有助于学生提高空间想象能力,并且对于学生以后处理同类型问题具有迁移价值。

例如,可以在章节起始课中推进章节后的阅读材料,让学生想象墨涅赫摩斯对“三次多项式积”的解法,进而通过动手操作从圆锥曲线的起源入手理解圆锥曲线的形成原理。这样,学生不仅可以通过直接体验理解椭圆、双曲线、抛物线的形成过程,还能为本章的进一步具体学习做出贡献。此外,学生还可以根据自身的空间想象能力找到障碍,并准确地解决它们。例如,在“椭圆的几何性质”课中,我们可以在“画图法”中,运用控制变量的方法,分别改变图钉的位置和绳子的长度,让学生体会到所画椭圆的不同“扁”度,进而体会到离心率的直观展现,将抽象的概念转化为具体的形象;此外,本课还可以通过展示球形气球在压力下被压扁的过程来展示球形气球的离心率。建立物体的圆度与椭圆离心率之间的联系,学生会自然而然地产生探究的欲望,通过物体直觉直接感受到不同离心率下椭圆形状的变化,从而发现影响椭圆离心率的因素,进一步发展学生的空间想象能力。

2.3 巩固拓展:充分发挥思维,渗透数字、形式组合思维

首先,数学的最终培养目标是能够用数学的眼睛观察世界;能够用数学的方式思考世界;能够用数学的语言表达世界(普通高中数学课程标准修订组,2020)。因此,要让学生学习并运用数学思维方式思考问题、解决问题,不断发展学生的思维至关重要。其次,Kong Fanzhe, Shi Ningzhong (2012)认为,几何直觉是指借助所看到(或想象到)的几何图形的形象关系,对数学研究对象(空间形式和数量关系)进行直接感知和整体把握的能力。图形是几何直觉的主要载体,是数学研究的基本对象之一。此外,2020年修订的《普通高中数学课程标准》(2017版)(中华人民共和国教育部,2020)也明确指出,本章教学应始终贯彻运用代数研究几何问题的思想,注重数形的归纳、渗透和组合。因此,教师应提出切实可行的问题,将数形紧密结合,引发学生对问题的思考,促进学生以数形结合的思维发展,形成优秀的几何直觉综合能力。此外,教师应通过变换问题、多次求解问题等方式,发散学生的思维,培养学生的思维逻辑。

例如,在“椭圆的几何性质”中,可以通过由易到难的转化,巩固和拓展离心率的内容,让学生体会到数形结合解题的便捷性和清晰性。具体示例

如下:

例如 F_1, F_2 椭圆的两个焦点 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1(a > b > 0)$, M 在椭圆上 $MF_1 \perp F_1F_2$, $\angle MF_1F_2 = 30^\circ$ 求椭圆的离心率。

变化 1 F_1, F_2 为椭圆的两个焦点 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1(a > b > 0)$, A 和 B 分别为椭圆的上下顶点, 四边形 AF_1BF_2 为正方形, 求椭圆的离心率。

变体 2 F_1, F_2 是椭圆的两个焦点 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1(a > b > 0)$, M 在椭圆上, $MF_1 \perp F_1F_2$, $|MF_1| = \frac{16}{5}|MF_2| = \frac{34}{5}$, 求椭圆的离心率。

除了一题多解之外,教师还可以直接联系高考,练习真题,一题多解,发散学生思维,将数形结合的思想贯穿于整个巩固过程,让学生形成惯性思维,学会利用数形结合来解决几何问题乃至简单的实际问题。

总体来看,新课改以来,数学教学重于思想方法的渗透和学生能力的培养,而非理论知识的讲解。对于高中这一关键阶段,更应注重核心素养教育理念的渗透,帮助学生提升几何直觉能力。教师在掌握好教学知识整体框架的基础上,应积极思考构建学生几何直觉能力的培养体系,借助教学中多样化的师生活动和教育活动,将主动权交到学生手中,根据具体情况,将几何直觉感知渗透到教学的各个环节,加深学生对对数和形式的掌握,促进良好空间想象和直觉能力的形成,进一步提高学生的几何直觉能力,从根本上提高师生的学习效率。

参考文献

- [1] General High School mathematics Curriculum Standard revision Group. Interpretation of Mathematics Curriculum Standard for Ordinary High School (2017 Edition, 2020 revision) [M]. Beijing: Higher Education Press, 2020.
- [2] Kong Fanzhe, Shi Ningzhong. On the Meaning and Expression form of geometric Intuition—A Little Understanding of Compulsory Education Mathematics Curriculum Standard (2011 Edition) [J]. Curriculum·Teaching Materials·Teaching Methods, 2012, (07):92-97.
- [3] Ministry of Education of the People's Republic of China. Mathematics Curriculum Standard for Senior High School

- (2017 Edition, 2020 revision) [S]. Beijing: People's Education Press, 2020.
- [4] The Ministry of Education. Mathematics Curriculum Standard for Compulsory Education (2011 Edition) [S]. Beijing: Beijing Normal University Press, 2012.
- [5] Zhang Dianzhou. Introduction to Mathematics Education [M]. Beijing: Higher Education Press, 2008.
- [6] Zhang Jianyue, Ed. Research on Teaching Method of High School Mathematics Curriculum Based on Core Literacy [M]. Shanghai: East China Normal University Press, 2021.
- [7] Zhang Jianyue. Establishing curriculum awareness and implementing Core Accomplishment [J]. Mathematics Bulletin, 2016, 55(05):1-4+14.
- [8] Zhang Jianyue. Establishing Intuitionistic Law by Algebraic Operation with Geometric Figures—Content Analysis and Teaching Thinking of "Space Vector and Solid Geometry" [J]. Chinese Journal of Mathematics, 60(06):1-6.
- [9] Zhang Jianyue. Establishing Intuitionistic Law through Algebraic Operation with Geometric Figure--Content Analysis and Teaching Thinking of "Plane Vector and Its Application"[J]. Chinese Journal of Mathematics, 20, 59(12):4-13+29.
- [10] Zhou Deming, Wang Huamin. Building an Intuitive Model to Solve Problems Based on Geometric Intuitive Understanding—On the Cultivation of Students' Intuitive Imagination Quality [J]. Middle School Mathematics, 2019(03):5-8.

版权声明：©2025 作者与开放获取期刊研究中心(OAJRC)所有。本文章按照知识共享署名许可条款发表。

<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



OPEN ACCESS