

先边跨后中跨合龙连续刚构桥顶推力的确定

黎志谋

四川文理学院建筑工程学院 四川达州

【摘要】以结构力学中最基本的力法为理论基础，推导了先边跨后中跨合龙时三跨连续刚构桥合龙顶推力的平面解析公式。结合具体桥梁工程案例，分析了该解析理论的工程适用性和可行性。

【关键词】连续刚构桥；合龙；顶推力；力法

【基金项目】本文系校级课题四川文理学院科研启动基金资助项目（项目编号：2023QD44）的研究成果

【收稿日期】2025 年 6 月 13 日

【出刊日期】2025 年 7 月 11 日

【DOI】10.12208/j.jer.20250342

The confirmation closure jacking force of continuous rigid frame bridge with side span first and middle span later

Zhimou Li

School of Architecture and Engineering, Sichuan University of Arts and Science, Dazhou, Sichuan

【Abstract】Based on the fundamental force method in structural mechanics, planar analytical formulas for the jacking force during the closure of three-span continuous rigid frame bridges (with side spans closed prior to the midspan) are derived. Combined with specific bridge engineering cases, the applicability and feasibility of this analytical theory in practical engineering are analyzed.

【Keywords】Continuous rigid frame bridge; Closure; Jacking force; Force method

连续刚构桥是公路桥梁的一种典型结构形式，一般采用悬臂施工，在施工和后期运营过程中，主梁受温度变化、混凝土的收缩与徐变、自重等因素影响会产生较大的挠度。为确保桥梁具有足够的刚度，避免上述因素产生的挠度过大而影响高速行驶，致使桥面铺装及主梁开裂，危及桥梁安全，通常的做法是在施工时预设反向拱度（预拱度）来抵消。由于连续刚构桥是墩梁固结体系，竖向挠度（跨中下挠）也会引起主墩产生相对水平位移。鉴于此，与主梁设置预拱度一样，在连续刚构桥中跨合龙时对梁体施加一对顶水平推力，给主墩施加一个反向位移，便可抵消合龙温差、后期混凝土的收缩与徐变等因素引起的主墩水平位移^[1]。

三跨连续刚构桥的合龙方式主要有两种，一是先边跨后中跨合龙，二是先中跨后边跨合龙。两种合龙方式对应的施工状态不同，连续刚构桥体系转换路径不一样，所以内力也不同。对于第一种合龙方式，当设计无明确要求时，一般多采用。先边跨后中跨合龙超静定次数由低到高，冗余约束由少到多，结构次内力容易控制，施工期间全桥线形也容易保证。同时，中跨合龙顶推时，桥梁更容易保持稳定。反之，对于第二种合龙方

式，中跨合龙后超静定次数较高，结构次内力不易控制，施工期间全桥线形控制难度增加。同时，中跨合龙顶推时，由于边跨未合龙，结构容易失稳，顶推控制难度增加。前者相对于后者而言，内力变化幅度一般较小，成桥内力也较小，减小了结构在最大悬臂状态下实施合龙顶推失稳的风险^[2]。值得一提的是，并非先合龙中跨方案不可行，只是先合龙边跨方案在结构稳定、受力对称及结构内力调整方面更优。

本文主要研究三跨连续刚构桥，对于多跨连续刚构桥亦可以作为参考。以结构力学中最基本的力法为理论基础，应用平面刚构体系求解模型建立了连续刚构桥合龙顶推力与主墩顶相对位移之间的关系，通过一系列假定，得到了先边跨后中跨合龙时三跨连续刚构桥合龙顶推力的简化计算公式。

1 基于力法的顶推力解析理论

连续刚构桥特别适用于高墩、大跨径预应力混凝土连续梁桥。在结构设计时，为适应上部结构主梁在温度变化、混凝土的收缩与徐变、地震横向力、汽车制动与冲击力等因素引起的纵向水平位移，通常将主墩设计成纵向抗推刚度较小的双肢薄壁墩。由于梁体的纵

作者简介：黎志谋（1991-）男，助理研究员，硕士研究生，主要研究方向为桥梁结构动力、稳定性及非线性分析。

向位移会使主墩产生弯矩,故在获得主梁水平位移量后,便可按照超静定结构体系利用基本力法求解合龙顶推力与位移之间的关系。

对于先边跨后中跨合龙三跨连续刚构桥,中跨合龙顶推时的基本计算模型如图 1 所示。图中 E 为主墩的弹性模量, I_1 为 1 号主墩的截面惯性矩, I_2 为 2 号主墩的截面惯性矩, H_1 、 H_2 分别为 1 号主墩和 2 号主墩的净高; l_1 、 l_3 分别为左边跨和右边跨的跨径,为支座中心处至薄壁墩外肢中心线之间的距离, l_2 、 l_4 分别为 1 号主墩和 2 号主墩两肢中心距, A 、 B 分别为 1 号主墩和 2 号主墩的肢距中心。

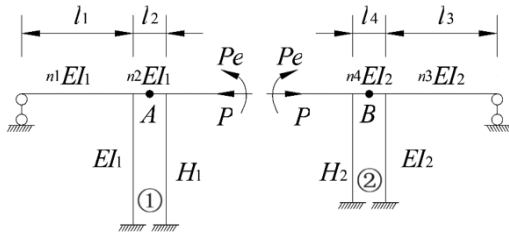


图 1 简化计算模型

由图 1 所示的计算模型,为减少计算参数,引入抗弯刚度比 $n = E_{\text{梁}} I_{\text{梁}} / E_{\text{墩}} I_{\text{墩}}$,即“梁墩刚度比”,利用桥墩的抗弯刚度来表达主梁的抗弯刚度。全桥的抗弯刚度分为 3 个部分,即主墩的抗弯刚度 EI_1 、 EI_2 ,主墩墩顶梁段的抗弯刚度 n_2EI_1 、 n_4EI_2 ,边跨变截面主梁的抗弯刚度 n_1EI_1 、 n_3EI_2 ,其中 n_1 、 n_2 、 n_3 、 n_4 为各自梁段的梁墩刚度比。这里需要说明一点,边跨梁段 l_1 、 l_3 的实际抗弯刚度不容易求解,因为该梁段通常是梁高按抛物线变化的变截面梁段,目前对于变截面梁的刚度计算用得最多的方法是等效刚度法^[3-4]。为了避免直接求解变截面梁的等效抗弯刚度,需要明确一点,就是变截面主梁的等效抗弯刚度肯定介于墩顶截面与合龙截面之间。

以力法方程推导出主墩薄壁中心 A 、 B 两点在合龙水平顶推力 P 作用下的相对位移。在中跨合龙时,顶推力通常作用在中跨合龙截面中性轴线上腹板处,有时也作用于箱梁顶板与腹板交界位置。由于力 P 的作用点与主墩墩顶段的箱型截面形心不在一条水平线上,所以在中跨合龙顶推时,结构还必须承受偏心弯矩 Pe , e 为力 P 作用点与薄壁墩顶箱型截面中性轴之间的垂直距离,通常为中跨合龙段箱型截面形心与墩顶段箱型截面形心之间的距离。先求解超静定结构的冗余约束力,只需选择图 1 所示的桥梁结构计算模型的一半进行计算即可,其力法计算基本结构如图 2 所示,多

余未知力是边跨竖向支座反力 X_1 ,墩顶梁段一对剪力 X_2 、一对轴力 X_3 、一对弯矩 X_4 ,该结构为四次超静定结构,力法正则方程为:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{13}X_3 + \delta_{14}X_4 + \Delta_{1P} &= 0 \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{23}X_3 + \delta_{24}X_4 + \Delta_{2P} &= 0 \\ \delta_{31}X_1 + \delta_{32}X_2 + \delta_{33}X_3 + \delta_{34}X_4 + \Delta_{3P} &= 0 \\ \delta_{41}X_1 + \delta_{42}X_2 + \delta_{43}X_3 + \delta_{44}X_4 + \Delta_{4P} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

方程中的柔度系数 δ_{ij} 和自由项 Δ_{iP} 都是表示图 2 中基本结构的位移,只需绘制基本结构在 X_1 、 X_2 、 X_3 、 X_4 、力 P 和偏心弯矩 Pe 作用下的弯矩图,如图 3 所示,然后利用图乘法便可求得。

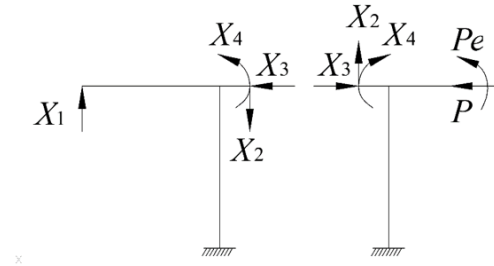


图 2 基本结构,取全桥的一半

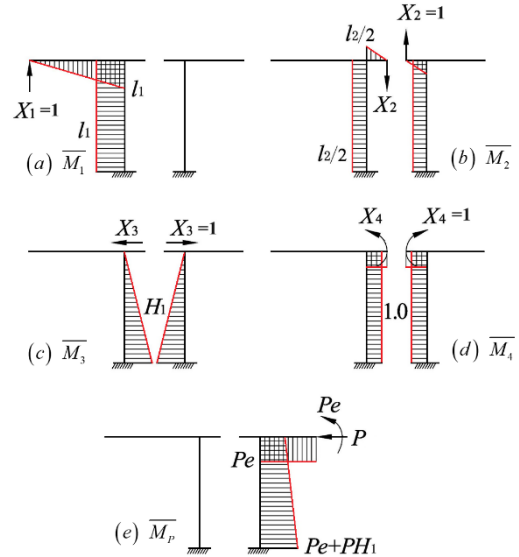


图 3 冗余未知单位力及其荷载弯矩图

由图 3 (a) ~ (e) 利用图乘法可得柔度系数 δ_{ij} 和自由项 Δ_{iP} 的表达式为:

$$\begin{aligned} \delta_{11} &= \frac{l_1^3}{3n_1EI_1} + \frac{H_1l_1^2}{EI_1}, & \delta_{22} &= \frac{l_2^3}{12n_2EI_1} + \frac{H_1l_2^2}{2EI_1} \\ \delta_{33} &= \frac{2H_1^3}{3EI_1}, & \delta_{44} &= \frac{l_2}{n_2EI_1} + \frac{2H_1}{EI_1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta_{12} = \delta_{21} &= \frac{H_1 l_1 l_2}{2EI_1}, & \delta_{13} = \delta_{31} &= -\frac{H_1^2 l_1}{2EI_1} \\
\delta_{14} = \delta_{41} &= -\frac{H_1 l_1}{EI_1}, & \delta_{23} = \delta_{32} &= 0 \\
\delta_{24} = \delta_{42} &= 0, & \delta_{34} = \delta_{43} &= \frac{H_1^2}{EI_1} \\
\Delta_{1P} &= 0, & \Delta_{2P} &= -\frac{(2Pe + PH_1)H_1 l_2}{4EI_1} \\
\Delta_{3P} &= -\left(\frac{PeH_1^2}{2EI_1} + \frac{PH_1^3}{3EI_1}\right) \\
\Delta_{4P} &= -\frac{(2Pe + PH_1)H_1}{2EI_1}
\end{aligned}$$

将上述 δ_{ij} 和 Δ_{iP} 的计算表达式代入力法典型方程 (1), 求得:

$$X_4 = \frac{k_A}{k_B} \quad (2)$$

其中:

$$\begin{aligned}
k_A &= 4l_1 l_2 H_1 Pe + 24n_2 l_1 H_1^2 Pe + \\
&12n_1 l_2 H_1^2 Pe + 3n_1 l_2 PH_1^3 \\
k_B &= 12n_1 l_2 H_1^2 + 48n_2 l_1 H_1^2 + 36n_1 n_2 l_2 H_1^2 \\
&+ 8l_1 l_2 H_1 + 96n_2 l_1 l_2 H_1 + 16l_1 l_2^2 + 30n_1 l_2^2 H_1 \\
X_1 &= \frac{4l_2}{l_1 H_1} X_4 + \frac{2}{l_1} X_4 - \frac{Pe}{l_1} \quad (3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
X_2 &= \frac{12n_2 Pe H_1 + 3n_2 PH_1^2}{(l_2^2 + 6n_2 H_1 l_2)} \\
&- \frac{(24n_2 l_2 + 12n_2 H_1) X_4}{(l_2^2 + 6n_2 H_1 l_2)} \quad (4)
\end{aligned}$$

$$X_3 = \frac{P}{2} + \frac{3l_2}{H_1^2} X_4 \quad (5)$$

式中, n_1 为左边跨变截面梁的等效抗弯刚度与 1 号主墩单肢的抗弯刚度比, n_2 为 1 号主墩墩顶梁段的抗弯刚度与 1 号主墩单肢的抗弯刚度比。图 1 中的 n_3 、 n_4 可类推, 均表示主梁与对应桥墩的抗弯刚度比。

当 $X_1 \sim X_4$ 解得后, 根据叠加原理, 可由下式求得图 1 中计算模型在力 P 和弯矩 Pe 作用下的弯矩:

$$M = \overline{M}_1 X_1 + \overline{M}_2 X_2 + \overline{M}_3 X_3 + \overline{M}_4 X_4 + \overline{M}_P \quad (6)$$

众所周知, 超静定结构的受力与位移特征与基本结构在相应外荷载和冗余未知约束力协同作用下的受力和位移是完全一样的。故要求解图 1 中 A 点的水平位移, 可以利用求解图 2 中基本结构在力 P 以及偏心弯矩 Pe 和冗余未知约束力 X_1 、 X_2 、 X_3 、 X_4 的共同作用下的产生的位移来替代。所以, 只需要将虚拟的单位力 $A=1$ 加在图 2 所示的基本结构上, 得到弯矩图 $\overline{M}_A$, 如图 4 所示, 然后利用静定结构位移计算公式, 由 $\overline{M}_A$ 与原结构弯矩图 M 图乘, 便可求得 A 点的水平位移 Δ_{AX} , 这里要清楚, 原结构弯矩图 M 是利用式 (6) 结合图 4 进行表达。

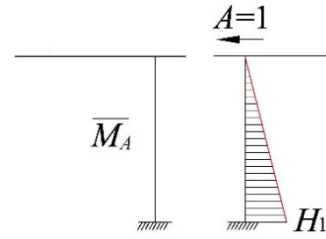


图 4 弯矩图 $\overline{M}_A$

因此, A 点的水平位移为:

$$\Delta_{AX} = \sum \int \frac{M \overline{M}_A}{EI} \quad (7)$$

以上内容是对图 1 中全桥结构的左半部分进行求解。同理, 对右半部分按照同样的解法, 可得在荷载 P 作用下 B 点的水平位移 Δ_{BX} 为:

$$\Delta_{BX} = \sum \int \frac{M \overline{M}_B}{EI} \quad (8)$$

结合式 (7) 和式 (8), A 、 B 两点的相对位移为:

$$\Delta_{AB} = \Delta_{AX} + \Delta_{BX} \quad (9)$$

由此便构建了三跨连续刚构桥合龙顶推力 P 与墩顶相对位移 Δ_{AB} 之间的关系。

由上述式 (1) ~ (9), 显然, 求解的关键在于求解式 (2) 中的 n_1 、 n_2 的数值, 即主梁与桥墩墩身之间的抗弯刚度比。对于墩顶梁段, 通常设计为等截面箱梁, 此时可以顺利求得 n_2 ; 但是对于边跨, 通常设计成变截面箱梁, 截面由墩顶支点截面按照抛物线或者圆弧线等方式变化为合龙截面, 梁高发生了变化。所以, 要想求得 n_1 , 首先应求解变截面箱梁的等效抗弯刚度, 这一点是极为困难的, 但是, 已知的是, 边跨变截面箱

梁的等效抗弯刚度介于墩顶截面与合龙截面之间。

为便于工程应用,结合实际情况,连续刚构桥梁的截面惯性矩通常远大于桥墩墩身的截面惯性矩,故可以考虑主梁的抗弯刚度远大于桥墩,即 $E_{\text{梁}}I_{\text{梁}} \gg E_{\text{墩}}I_{\text{墩}}$,甚至可以认为主梁刚度无穷大。结合 $l_1 \gg l_2$,式(2)中 X_4 便可以近似表达为:

$$X_4 \approx \frac{24n_2l_1H_1^2Pe}{48n_2l_1H_1^2+96n_2l_1l_2H_1} = \frac{H_1Pe}{2H_1+4l_2} \quad (10)$$

将式(10)代入式(3)~(5),于是:

$$X_1 = 0 \quad (11)$$

$$X_2 = \frac{Pe}{l_2} + \frac{PH_1}{2l_2} \quad (12)$$

$$X_3 = \frac{P}{2} + \frac{3Pel_2}{2H_1^2+4H_1l_2} \quad (13)$$

将式(10)~(13)代入式(7)可得:

$$\Delta_{AX} = \sum \int \frac{M\overline{M}_A}{EI} = \frac{PH_1^3}{24EI_1} \quad (14)$$

同理可得:

$$\Delta_{BX} = \sum \int \frac{M\overline{M}_B}{EI} = \frac{PH_2^3}{24EI_2} \quad (15)$$

所以:

$$\Delta_{AB} = \Delta_{AX} + \Delta_{BX} = \frac{PH_1^3}{24EI_1} + \frac{PH_2^3}{24EI_2} \quad (16)$$

由式(16)便可以得到合龙顶推力 P 与墩顶相对位移 Δ_{AB} 之间的关系,即:

$$P = \frac{24EI_1I_2\Delta_{AB}}{(I_1H_2^3+I_2H_1^3)} \quad (17)$$

2 工程案例

雷羌大桥是广西某高速公路上的一座混凝土梁桥,主桥采用(35+60+35)m的连续刚构桥,单幅桥宽 12.75m,主梁为单箱单室箱梁,设计荷载为公路—I级。主桥采用变截面预应力混凝土连续箱梁,边中跨比为 0.583,合龙段梁高 2.4m,为主跨的 1/25;墩顶段梁高 4.0m,为主跨的 1/15;主墩采用双肢薄壁墩,单肢壁厚 0.8m,双肢中心距 3.0m。主梁箱梁混凝土标号为 C50,主墩墩身混凝土标号为 C35。全桥主要计算参数如表 1 所示。

表 1 中的 n_1 和 n_3 分别为左边跨和右边跨的变截面梁段与各自对应主墩的抗弯刚度比。由于变截面梁段的等效抗弯刚度难以求解,故以墩顶梁段与合龙梁段的箱梁截面为基准,分别求取与各自主墩的刚度比,因为变截面箱梁的等效刚度肯定介于墩顶截面与合龙截面之间。将表 1 中的数据代入式(2)~(9)、式(10)~(16)便可以对墩顶 A、B 两点的位移进行求解,计算结果详见表 2。

表 1 雷羌大桥主桥主要计算参数

1 号主墩		2 号主墩	
l_1 (m)	32.84	l_3 (m)	32.84
l_2 (m)	3.0	l_4 (m)	3.0
H_1 (m)	14.0	H_2 (m)	9.0
偏心距 e (m)	0.981	偏心距 e (m)	0.981
I_1 (m ⁴)	0.288	I_2 (m ⁴)	0.288
E (C35) ($\times 10^4$ MPa)	3.15	E (C35) ($\times 10^4$ MPa)	3.15
n_1 (墩顶)	147.67	n_3 (墩顶)	147.67
n_1 (合龙段)	27.68	n_3 (合龙段)	27.68
n_2	147.67	n_4	147.67

在计算合龙顶推力与主墩墩顶位移之间的关系时,表 2 显示了考虑主梁实际抗弯刚度的计算结果、采用简化公式(17)的计算结果以及利用 MIDAS CIVIL NX 有限元分析的结果。表 2 中第二行和第三行数值是根据上式(2)~(9)的计算结果,在考虑主梁有限刚度时,对于边跨变截面梁段的等效刚度,由于计算不便,认为其结果肯定介于墩顶梁段截面与合龙段截面之间,以此类推,将 n_1 和 n_3 分别以墩顶梁段截面和合龙梁段截面抗弯刚度值代入进行计算,在相应合龙顶推力作用下,考虑主梁真实抗弯刚度值的墩顶位移,其结果肯定介于上限与下限之间。根据计算结果发现,上限与下限值之间相差非常小。将表 2 中考虑主梁有限抗弯刚度的计算结果(第二行和第三行)与考虑主梁抗弯刚度无穷大简化公式的计算结果(第四行)进行对比,两者相对误差约为 0.10%~0.15%,所以前述假定 $E_{\text{梁}}I_{\text{梁}} \gg E_{\text{墩}}I_{\text{墩}}$ 或将主梁抗弯刚度视为无穷大具有合理性。同时,将简化公式的计算结果与 MIDAS 数值分析的计算结果进行对比发现,两者之间也相差不大,基本吻合,这说明简化公式具有一定的工程适用性。

表2 雷羌大桥全桥 $P-\Delta_{AB}$ 计算结果对比

合龙顶推 P	200kN	500kN	800kN	1000kN	1200kN	1500kN	1800kN	2000kN
上限 Δ_{AB} (mm)	3.19431	7.98577	12.77724	15.97155	19.16586	23.95732	28.74879	31.94310
下限 Δ_{AB} (mm)	3.19406	7.98515	12.77624	15.97030	19.16436	23.95545	28.74653	31.94059
简化公式 Δ_{AB} (mm)	3.19022	7.97555	12.76088	15.95109	19.14131	23.92664	28.71197	31.90219
MIDAS Δ_{AB} (mm)	3.260	8.875	14.491	18.235	21.978	27.594	33.209	36.954
相对误差 e (%)	2.13	10.13	11.94	12.52	12.91	13.29	13.54	13.67

由表2可知,当顶推力比较小时,数值分析的计算结果和文中提出的结构力学简化公式计算结果十分接近,但随着顶推力的增大,两者之间的偏差逐渐增大。主要原因如下:一是简化公式的计算模型,是根据平面结构力学建立的,只考虑了桥梁结构的纵桥向水平位移。而实际上,桥梁在合龙顶推过程中,受力是空间状态,不仅有纵桥向的水平位移,还有横桥向的扭转位移,还有竖向翘曲位移产生,将空间问题简化为平面问题进行分析,可能存在一些偏差。尽管如此,计算结果显示,桥梁在顶推过程中,主要还是纵桥向的水平位移起控制作用。二是当顶推力较小时,将主梁刚度视为无穷大这一理论模型与MIDAS数值分析模型比较接近,所以两者结果接近;但是当顶推力逐渐增大时,主梁的有限刚度将体现出来,此时再将主梁刚度视为无穷大就不太合适了。根据计算结果,对于工程实桥MIDAS建模分析,当顶推力达到2000kN时,结构力学简化方法的计算结果相对误差达到13.67%,主墩墩顶相对位移计算偏差约为5mm。根据简化公式建立的 $P-\Delta_{AB}$ 完全可以为工程设计提供参考。

3 结论

本文以结构力学中最基本的力法为理论基础,推导了先边跨后中跨合龙时三跨连续刚构桥合龙顶推力的平面解析公式。结合实桥案例,利用MIDAS建模严格论证了实用简化公式的可靠性,得到以下结论供参考分析:

(1) 本文的平面解析理论是基本力法正则方程,根据重要的简化假定 $E_{梁} I_{梁} \gg E_{墩} I_{墩}$ 得到 $P-\Delta_{AB}$ 关系(式17),结合文献[1]中给出的理论公式,实现了不同合龙顺序连续刚构桥在计算合龙顶推位移的统一。

(2) 对于高墩连续刚构桥,很显然墩越高越满足本文的理论假定,计算结果越精确。对于某些大跨径矮墩连续刚构桥,在利用简化公式预测墩顶相对位移时,应计入梁高对主墩计算高度的影响。总之,无论是哪一类连续刚构桥,在确定合龙顶推力时,均需要检查施加顶推力和不施加顶推力两种工况主墩的受力状态,避

免顶推力施加过大,引起主墩多配筋的情况。

(3) 本文中的简化公式,参考了文献[1]中情况,但是合龙方式完全不一样,拓宽了力法解析理论在三跨连续刚构桥的工程应用场景,补充验证了合龙顺序与 $P-\Delta_{AB}$ 之间的关系,对于多跨连续刚构桥的合龙设计也能应用。

(4) 针对当前的连续刚构桥设计状况,对于一些跨度不大的连续刚构桥,在挠度验算通过、合理设置预拱度的情况下,大多数桥也采用不顶推合龙。但是,顶推合龙可以有效预防主梁受温度变化、混凝土的收缩与徐变、自重等因素产生较大的挠度,从而引起桥墩受力不利的情况。无论是采用本文记载的实用公式,还是数值分析软件来确定合龙顶推力时,均以现场施工监控实测数据为准。根据实用公式初步确定合龙顶推力与主墩相对位移之间关系,在实际施工时,通过位移监测数据与计算结果对比,及时调整合龙顶推力。

参考文献

- [1] 邹毅松,单荣相.连续刚构桥合龙顶推力的确定[J].重庆交通学院学报:自然科学版,2006,25(2):12~15.
- [2] 赵静.大跨径连续刚构桥合龙方案研究[D].西安:长安大学,2010.
- [3] 赵宽荣,石德生.变截面梁变形计算的等效梁法[J].陕西工学院学报,1995,11(2):103~107.
- [4] 贾建国,李长辉,武振亚.求变截面梁位移方法的研究[J].河北工程大学学报:自然科学版,2011,28(1):19~29.
- [5] 李廉锟.结构力学(上册)[M].北京:高等教育出版社,1996.
- [6] 范立础.桥梁工程(上册)[M].北京:人民交通出版社,2001.

版权声明:©2025 作者与开放获取期刊研究中心(OAJRC)所有。本文章按照知识共享署名许可条款发表。

<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

