

关联色噪声作用下集合种群模型中的统计性质研究

付燕¹, 刘晓彤¹, 谢蓉青¹, 李嘉欣¹, 朱思琪¹, 王国威^{2,3*}

¹豫章师范学院数学与计算机学院 江西南昌

²江西飞行学院航空机电工程学院 江西南昌

³南昌工学院教育学院 江西南昌

【摘要】基于关联噪声作用下的集合种群模型,通过理论计算与数值模拟方法,系统分析了噪声强度、交叉关联强度、噪声关联时间对稳态概率分布函数和平均首次通过时间曲线的影响。研究结果表明:(1)系统稳态概率分布函数的曲线呈现单峰结构,噪声强度和交叉关联强度的变化对稳态概率分布函数的结构有较大影响。(2)平均首次通过时间随噪声关联时间与交叉关联强度的影响呈现出相同的变化趋势。(3)平均首次通过时间作为交叉关联强度的函数时,噪声强度的变化会导致其出现较为剧烈的波动。平均首次通过时间作为噪声关联时间的函数,随着交叉关联强度的变化会出现特定阈值。上述研究结果有助于研究不同条件对种群系统稳定性的影响,不仅能通过更明确的方式来调节不同物种间的稳态关系,而且能为探索物种的变化规律提供理论依据,对种群的恢复和防治有一定指导意义。

【关键词】关联噪声;种群分布函数;首通时间;Fokker-Planck 方程;统计性质

【基金项目】豫章师范学院大学生科研训练计划项目(CSSR24008);江西省自然科学基金项目(20232BAB201048)

【收稿日期】2025 年 11 月 14 日 **【出刊日期】**2025 年 12 月 8 日 **【DOI】**10.12208/j.aam.20250030

Research on statistical properties in metapopulation models under correlated colored noise

Yan Fu¹, Xiaotong Liu¹, Rongqing Xie¹, Jiaxin Li¹, Siqi Zhu¹, Guowei Wang^{2,3*}

¹School of Mathematics and Computer Science, Yuzhang Normal University, Nanchang, Jiangxi

²School of Aeronautical Electromechanical Engineering, Jiangxi Flight University, Nanchang, Jiangxi

³School of Education, Nanchang Institute of Science and Technology, Nanchang, Jiangxi

【Abstract】Based on the metapopulation model under the influence of correlated noise, the effects of noise intensity, cross-correlation intensity and noise correlation time on the steady-state probability distribution function and the mean first passage time curve are systematically analyzed by theoretical calculation and numerical simulation. The results show that the curve of the steady-state probability distribution function of the system presents a single peak structure, and the changes of noise intensity and cross-correlation intensity have great influence on the structure of the steady-state probability distribution function. The mean first passage time shows the same trend with the influence of noise correlation time and cross correlation intensity. When the mean first passage time is a function of the cross-correlation intensity, the change of the noise intensity will lead to violent fluctuation. As the function of noise correlation time, the mean first passage time appears a certain threshold with the change of cross-correlation intensity. Above results are helpful to study the influence of different conditions on the stability of population system, not only to adjust the steady-state relationship between different species in a more clear way, but also to provide theoretical basis for exploring the changing law of species, which has certain guiding significance for the restoration and prevention of population.

【Keywords】Correlated noise; Population distribution function; First-passage time; Fokker-Planck equation; Statistical properties

*通讯作者:王国威,博士,副教授,主要从事数理统计方面的研究。

1 引言

近年来随着全球范围内大大小小物种栖息斑块的破坏, 集合种群的研究开始被研究者所广泛关注^[1]。集合种群这一概念由 Levins^[1]首次提出, 此定义用来描述因环境问题影响个体数量甚至灭亡, 但又重新再生并稳定下来的种群, 如今 Levins 模型被广泛用于生物、科技等领域, 是当今地理学领域与生物学领域为人所知的经典的异质种群模型^[2]。

同时, 随着各种研究的深入, 人们开始认识到噪声之间应该是相关联的, 系统的周期性涨落是受到不同噪声相互影响的, 而不应该独立计算。关联噪声这一概念由 A.Fulinski 和 T.Telejko 首次提出^[3], 之后 Fokker-Planck 方程^[4]推导出相应加性和乘性噪声系统, 并讨论了双稳态系统, 得出了噪声的关联的影响。Risken 和 Ghosh 在研究布朗运动时加入了白噪声与热噪声对其周期势的影响, 并得出了相应的粒子运动的迁移率。王参军等应用 Fokker-Planck 方程^[5], 研究了高斯噪声对种群稳定性的影响, 得到了噪声的不同关联程度下, 加性噪声与乘性噪声对集合种群稳定性的影响。王国威^[6]等通过引入色噪声与白噪声指出了关联噪声对生物系统稳定性的影响, 结果表明: 两噪声色关联时, 加性与乘性噪声强度均会弱化集合种群的稳定性而噪声关联强度会强化集合种群的稳定性。但是实际上在集合种群中, 真正的白噪声为理想状态, 因此王康康^[7]等在系统中加入了关联色噪声, 以期使建立的模型更趋近于真实状况。廖丽玫^[8]基于生物多样性丧失的背景下, 探究了物种的存续性于群落的稳定性。

如上的大量研究都表明, 在真实环境中集合种群的随机性存在不同且不一致的波动^[13], 集合种群在概念与模型中总是较为复杂, 因为其需要考虑不同的情况, 并且难以在一个较大空间范围内开展调查与研究, 以验证模型的准确与稳定性^[14], 因此我们对于集合种群的动态波动的了解依旧处于初始阶段。

本文基于以上研究, 在 Levins 模型的基础上, 推导并计算关联噪声与周期信号共同驱动的种群模型, 得出系统的稳态概率分布函数, 以及平均首通时间的表达式。在此基础上, 计算并分析了不同参量对概率分布函数与平均首通时间的影响, 以此分析并总结噪声参量对系统稳定性质的影响, 同时设想该类成果在集合种群中的相关应用或预防方法。

2 模型

2.1 Levins 模型

集合种群 (metapopulation) 是由生态学家 Richard Levins 于 20 世纪 60 年代最先明确提出的生态学名词。集合种群指由空间上互相隔离, 但功能上又有联系的若干地方种群通过扩散和定居而组成的种群。集合种群的应用之一是做出预测, 而其中的一些预测对景观管理和自然保护有潜在使用价值。上述集合种群的数学模型可由以下假设和条件推导得出。假设:

- 1) 有一个由无限多个适宜生存的生境斑块组成的生态系统。
- 2) 所有斑块具有均等的空间关联性, 即迁移个体到达任意斑块的概率均相同。
- 3) 将局部种群动态忽略, 并且局部种群的灭绝率还有建立过程是相互独立的。

关于斑块状况, 假设被局域种群占据的斑块比例为 $x(t)$, 则未被占据的空斑块比例为 $1-x(t)$ 。在生态过程中, 侵占过程和灭绝过程我们认为, 空斑块被迁移个体成功占据的速率为 c , 各局域种群面临灭绝风险时的独立速率为 e 。可由动态机制建模, 侵占效应中, 被占据斑块 x 产生的迁移个体可侵占空斑块 $1-x$, 其动态贡献为 $cx(1-x)$, 被占据斑块以速率 e 随机灭绝, 导致 x 以 ex 减少。用微分方程构建占据斑块比例 $x(t)$ 的演化方程为:

$$\frac{dx}{dt} = cx(1-x) - ex \quad (1)$$

等价整理为:

$$\frac{dx}{dt} = x(c - e - cx) \quad (2)$$

以上方程有两个平衡点: 当 $x = 0$ 时为该集合种群灭绝的非稳定平衡点, 当 $x = 1 - e/c$ 时是该集合种群存

续的稳定平衡点, 即我们常说的稳态值。所以我们得出, 一个种群要想达到长期存续需要其侵占率 c 大于灭绝率 e 。但是当 $e/c > 1$ 时该种群发生迁移, 此时这个种群依旧存续。

在上面的确定性 Levins 模型中我们假设: 该模型处于适宜生存的生态系统下, 但是在集合种群中外部与内部环境的波动 (噪声) 是客观存在的, 因此我们推导出客观存在的环境扰动会影响到集合种群的灭绝率 e , 相较于理想化下的高斯白噪声, 我们用更贴合实际的高斯色噪声 $\xi(t)$, 来表示集合种群的环境波动。因此, 我们得出灭绝率 $e \rightarrow e + \xi(t)$ 。同时, 我们考虑异质种群, 它们是通过个体扩散相互联系在一起的小种群, 或者说是局部种群的集合。异质种群个体数量非常少, 具有一定的独立性和局限性, 它可能会因为各种因素, 比如环境变化、自然灾害、种群内部竞争等发生局部的灭绝。又可能会因为它独特的斑块状分布, 从而使得整个种群在面对不利条件时的生存机会大大提升, 具有一定的缓冲能力, 保留了种群间的个体数量。这样使得该种群在变化时具有很大的随机性, 我们推测, 这类随机性源自集合种群的内部机制。为了简化计算, 我们引入高斯色噪声 $\eta(t)$, 来表示集合种群内部的随机性。同时因为引入的周期信号, 我们设 A 为周期的信号振幅, ω 为频率。虽然内部噪声与外部噪声的来源不同, 但是外部环境的波动会对内部环境的波动产生一定的影响, 从而打破内部噪声原本可能具有的独立性, 因此我们得出内部噪声和外部噪声之间存在一定联系。

综上所述, Levins 模型的随机形式就可以用下方的朗之万方程展开表示^[12,15]:

$$\frac{dx(t)}{dt} = cx(1-x) - ex - x\xi(t) + \eta(t) - x \cdot A \cos(\omega t), x \in [0,1] \quad (3)$$

上式中 $\xi(t)$ 和 $\eta(t)$ 都是高斯色噪声, 其统计性质^[16]如下:

$$\langle \xi(t) \rangle = \langle \eta(t) \rangle = 0 \quad (4)$$

$$\langle \xi(t)\xi(t') \rangle = \frac{Q}{\tau_1} \exp\left\{-\frac{|t-t'|}{\tau_1}\right\} \quad (5)$$

$$\langle \eta(t)\eta(t') \rangle = \frac{D}{\tau_2} \exp\left\{-\frac{|t-t'|}{\tau_2}\right\} \quad (6)$$

$$\langle \eta(t)\xi(t') \rangle = \langle \xi(t)\eta(t') \rangle = \frac{\lambda\sqrt{DQ}}{\tau_3} \exp\left\{-\frac{|t-t'|}{\tau_3}\right\}, \quad (7)$$

上式中, Q 和 D 分别表示了乘性噪声强度 (外部环境涨落对系统的影响) 和加性噪声强度 (内部因素涨落对系统的影响), τ_1 是乘性噪声的自关联时间, τ_2 是加性噪声的自关联时间, τ_3 是加性噪声和乘性噪声的交叉关联时间。 λ 是噪声 $\xi(t)$ 和 $\eta(t)$ 之间的交叉关联强度。在 $-1 < \lambda < 0$ 时, 噪声之间为负关联; 在 $0 < \lambda < 1$ 时, 则反之而为为正关联。朗之万方程关于 x 的确定势为:

$$V(x) = \frac{1}{2}(e-c)x^2 + \frac{c}{3}x^3 \quad (8)$$

2.2 稳态概率分布函数及平均灭绝时间

为了推导出满足朗之万方程 (3) 的概率分布演化方程, 我们采用如下代换方式:

$$f(x) = cx(1-x) - ex - x \cdot A \cos(\omega t) \quad (9)$$

$$g_1(x) = -x \quad (10)$$

$$g_2(x) = 1 \quad (11)$$

$$g_3(x) = -x \cdot A \cos(\omega \cdot t) \quad (12)$$

那么, 方程 (3) 可变成:

$$\frac{dx}{dt} = f(x) + g_1(x)\xi(t) + g_2(x)\eta(t) + g_3(x) \quad (13)$$

依照刘维方程^[18]我们得出下式:

$$\frac{\partial \rho(x,t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} [f(x) + g_1(x)\xi(t) + g_2(x)\eta(t)]\rho(x,t) \quad (14)$$

若

$$P(x,t) = \langle \delta(x(t)-x) \rangle \quad (15)$$

那么我们对以上公式进行系统平均, 可得:

$$\frac{\partial P(x,t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} f(x)P(x,t) - \frac{\partial}{\partial x} g_1(x)\langle \xi(t)\delta(x(t)-x) \rangle - \frac{\partial}{\partial x} g_2(x)\langle \eta(t)\delta(x(t)-x) \rangle \quad (16)$$

根据 Novikov 定理^[9]以及统一噪声近似^[10], 我们得到相应的 Fokker-Planck 方程:

$$\frac{\partial P(x,t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} A(x)P(x,t) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} B(x)P(x,t) \quad (17)$$

在以上公式中, $A(x)$ 和 $B(x)$ 分别为:

$$A(x) = f(x) + A_1x - A_3 \quad (18)$$

$$B(x) = A_1x^2 - 2xA_3 + A_2 \quad (19)$$

在 17 公式和 18 公式中 A_1 , A_2 , A_3 表示如下:

$$A_1 = \frac{Q}{1-\tau_1(e-c)} \quad (20)$$

$$A_2 = \frac{D}{1-\tau_2(e-c)} \quad (21)$$

$$A_3 = \frac{\lambda\sqrt{DQ}}{1-\tau_3(e-c)} \quad (22)$$

在定态函数下求解, 得概率分布函数为:

$$P_{st}(x) = \frac{N}{B(x)} \exp[U(x)] \quad (23)$$

$$U(x) = \int^x \frac{A(x')}{B(x')} dx' \quad (24)$$

在这个式子里面 N 是积分常数, $U(x)$ 是系统修正势函数, 计算得 $U(x)$ 的表达式为:

$$\begin{aligned} U(x) = & \left\{ -\frac{c}{H_1}x + \frac{-cH_2 + (ch-e)H_1}{2H_1^2} \cdot \ln|H_1x^2 - H_2x + H_3| \right. \\ & + \left. \left[\frac{-cH_2^2 + (ch-e) \cdot H_1H_2 + cH_3}{2H_1^2} + \frac{cH_3}{H_1} \right] \cdot \frac{2}{\sqrt{4H_1H_2 - H_2^2}} \cdot \arctan \frac{2H_1x - H_2}{\sqrt{4H_1H_2 - H_2^2}} \right\} \\ & + \left\{ -\frac{1}{2H_1} \cdot \ln|H_1x^2 - H_2x + H_3| + \frac{-H_2}{H_1 \cdot \sqrt{4H_1H_2 - H_2^2}} \cdot \arctan \frac{2H_1x - H_2}{\sqrt{4H_1H_2 - H_2^2}} \right\} \cdot A \cos(\omega t) \end{aligned} \quad (25)$$

其中:

$$H_1 = \frac{Q}{1-\tau_1' \left(1 - \frac{e}{c} \right)} \quad (26)$$

$$H_2 = \frac{2\lambda\sqrt{DQ}}{1 - \mathcal{F}'\left(1 - \frac{e}{c}\right)} \quad (27)$$

$$H_3 = \frac{D}{1 - \mathcal{F}'\left(1 - \frac{e}{c}\right)} \quad (28)$$

为研究问题的方便, 取 $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau$ 作为系统的关联时间。

在生态系统的非线性动力学研究中, 复合种群的持续性阈值问题具有重要理论价值。当考虑环境随机性时, 种群动态可建模为双稳态随机动力系统: 稳定平衡态 x_s 、 s 表征物种在栖息斑块中的持续存在状态, 灭绝态 x_0 则对应生态位的完全丧失。这两个状态在相空间中构成两个势阱, 其间的势能壁垒高度决定了系统状态跃迁的难易程度。从生态保护的角度, 物种持续存活时间被定义为从最大栖息斑块占有率到完全灭绝的时间间隔 T_{ex} 。而依据统计物理的理论框架, 该时间参数等价于系统从概率分布函数 $P_{st}(x)$ 的极大值点 x_0 出发, 首次到达零点所经历的时间期望值 $T(x_0 \rightarrow 0)$ 。这一对应关系在已有文献中已建立严格的数学证明, 故可采用逃逸时间的计算模型来精确估计生态系统的存续周期。该方法通过建立生态过程与物理系统的动力学类比, 为定量预测种群灭绝风险提供了跨学科的研究范式。特别是在气候变化导致生境破碎化的背景下, 该模型能有效评估不同保护策略对物种续存时间的调控作用, 故我们用平均首次通过时间衡量灭绝时间, 可得灭绝时间的精确表达式^[17]为:

$$T(x_0 \rightarrow 0) = \int_0^{x_s} \left[\frac{dx}{B(x)P_{st}(x)} \right] \int_y^1 P_{st}(y) dy \quad (29)$$

式中, $x_0 = 0$ 时表示系统的不稳态, $T(x_s \rightarrow x_0)$ 则表示集合种群从稳定态 x_s 过渡到灭绝态 x_0 所需的平均时间。由于上式的处理有一定难度, 故而 Q 和 D 很小且远小于势垒 $\Delta U(x) = U(x_0) - U(x_s)$ 时使用最快下降法, 得到平均首通时间的表达式为:

$$T(x_s \rightarrow x_0) = \frac{2\pi}{\sqrt{|V''(x_0)V''(x_s)|}} \exp[U(x_s) - U(x_0)] \quad (30)$$

式中, $V(x)$ 和 $U(x)$ 分别由 (8) 式和 (25) 式组成。

3 噪声对种群稳定性的影响

根据 (23) 式做出稳态概率分布函数 $P_{st}(x)$ 作为 x 的函数, 分别以乘性噪声强度 Q (外部环境涨落对系统的影响) 和加性噪声强度 D (内部因素涨落对系统的影响) 作为参数的图像。

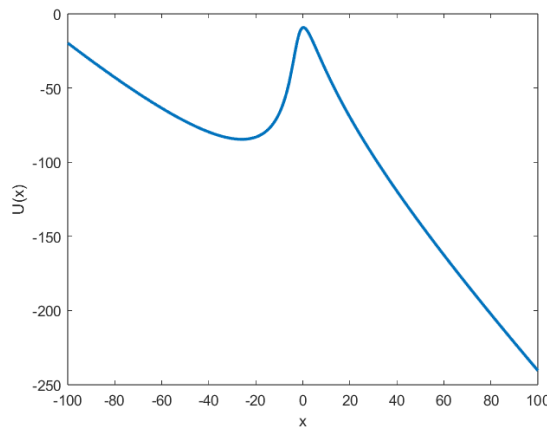


图1 系统修正势函数 $U(x)$ $c = 0.7, e = 0.5, \lambda = -0.5, D = 9, Q = 0.5, t = 0.1, \tau = 0.01$

根据 (20) 式做出稳态概率分布函数 $P_{st}(x)$ 作为 x 的函数, 绘制出以加性噪声强度 D (内部因素涨落对系统的影响) 作为参数的图像, 如图 2 所示。从图中可以看出, 随着加性噪声强度 D (内部因素涨落对系统的影响) 的增大, $P_{st}(x)$ 峰值的位置逐渐增大。这一现象说明, 在其余参数保持不变的情况下, 随着 D 值的增大, 系统在正区间内的极大值部分明显增强, 稳态概率分布函数的结构 $P_{st}(x)$ 随之发生变化, 表明内部噪声对系统结构的变化具有重要影响。

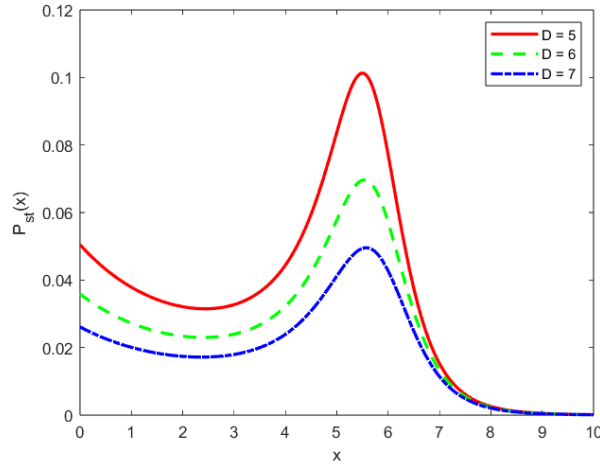


图 2 稳态概率分布函数因加性噪声 D 的变化 $Q=3, \lambda=0.5, e=2, c=3, \tau=0.01$

从图 2 和图 3 可知, 加性噪声强度 D 与乘性噪声强度 Q 对系统稳态概率分布 $P_{st}(x)$ 的影响并非独立存在, 而是存在一定关系。以乘性噪声强度 Q (外部因素涨落对系统的影响) 作为参数时其大致走势与图 2 大致相同, 具体图像如下: 乘性噪声强度 Q (如环境中资源波动、气候随机变化等带来的“噪声”影响) 强度不同, 种群数量的概率分布不同。乘性噪声 Q 越强时, 稳态概率分布函数 $P_{st}(x)$ 的峰值越大。种群数量分布可能更分散, 出现极端数量 (过多或过少) 的概率增加; 反之乘性噪声 Q 越弱时, 种群数量分布更集中在某一合理区间, 生态系统相对稳定。简而言之, 随着 D 增大, 分布峰值右移, 系统更倾向于处于高数值状态; 而 Q 的增大则使分布更为分散, 极端状态出现的概率增加。综合来看加性噪声强度 D 与乘性噪声强度 Q 对种群概率分布的影响有着不同的作用, 但这些图都有助于进行针对性调控, 对如何在生态中营造稳定环境等来保障生态系统的良好运作提供一定理论指导。

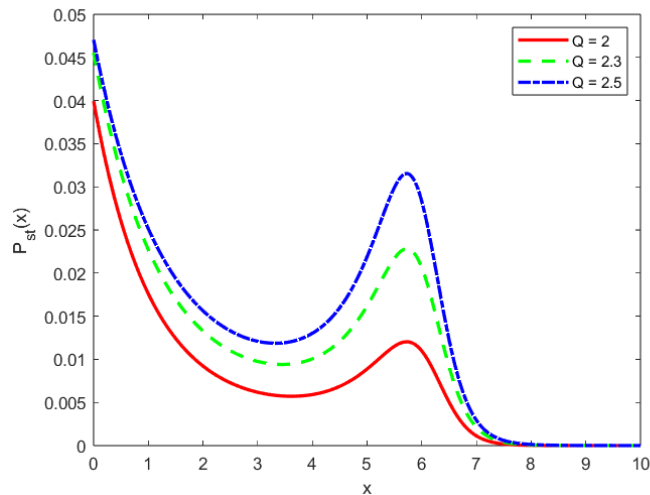


图 3 稳态概率分布函数因乘性噪声 Q 的变化 $D=6, \lambda=0.7, e=2, c=3, t=0.01, \tau=0.01$

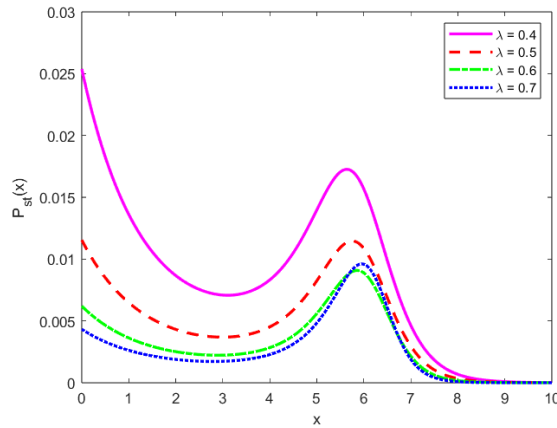
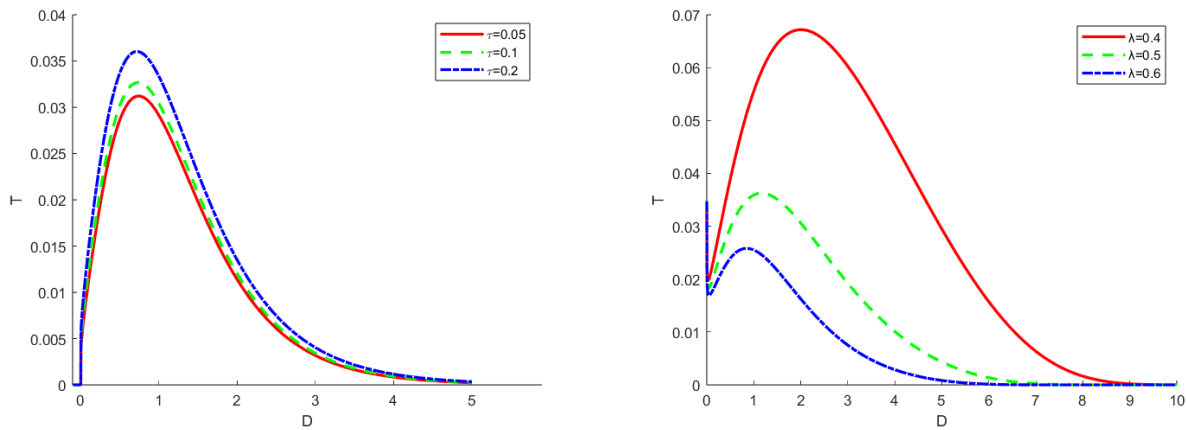


图 4 稳态概率分布函数因交叉关联强度 λ 的变化 $Q = 2.3, D = 7, e = 2, c = 3, t = 10, \tau = 0.1$

以噪声 $\xi(t)$ 和 $\eta(t)$ 之间的交叉关联强度 λ 作为参数时, 稳态概率分布函数的图像如图 4 所示。研究表明, 噪声关联强度 λ 的变化会导致 $P_{st}(x)$ 结构发生变化, 且在适当参数下出现峰值。根据图 4 可看出, 当 λ 处于 0.4–0.7 时, 函数在负区间内有较高的初始概率分布值, 后续在正区间形成峰值。在此种交叉关联强度下, 随着 λ 的增大, 峰值逐渐变小且曲线整体趋于“紧凑”, 由此说明随着 λ 变化, 集合种群的数量出现在该位置上的概率在增加, 因此可以推断出集合种群的种群状态倾向于处于较高占有率状态。值得关注的是, 当交叉关联强度 $\lambda = 0.7$ 时, 峰值相较 $\lambda = 0.6$ 时数值增大。上述结果表明交叉关联强度 λ 可能与种群的稳定性或是种群的内在调节强度等有一定关联。



(a) $Q = 0.5, \lambda = 0.45, e = 2, c = 1, t = 0.01, x_0 = 0, x_s = 1.8$

(b) $Q = 0.5, e = 2, c = 1, t = 0.01, \tau = 0.1$

图 5 平均首通时间随加性噪声强度 D 的变化

图 5 给出了平均首通时间随加性噪声强度的变化图像。从图 5 (a) 可以看出, 随着关联时间 τ 的增大, 曲线峰值呈现出上升趋势, 这表明首通时间随着关联时间的延长而增加, 进而导致种群稳定性的提升。尽管如此, 关联时间 τ 的变化对种群动态的影响并不显著。然而, 当加性噪声强度 D 增加时, 拥有较高 τ 值的种群, 其首通时间呈现出更急剧的下降趋势。

从图 5 (b) 可以看出, 在交叉关联强度 λ 值较低的情况下, 曲线峰值不仅更高, 而且向右侧移动, 同时曲线的跨度也显著增大, 这一现象揭示了低周限增长种群对加性噪声强度 D 变化的高度敏感性。具体而言, 在加性噪声强度 D 较小时, 种群的首通时间处于一个稳定态。相反, 在加性噪声强度 D 较大时, 由于集合种群内部因素的快速波动, 以及噪声关联强度的增加, 首通速度变快。

上述结果表明, 种群动态受多种因素的综合影响, 其中关联时间 τ 、噪声强度 D 和关联强度 λ 值的相互

作用对种群的稳定性和扩散速度具有关键性的调控作用。通过深入理解这些参数之间的关系,可以更准确地预测和调控种群的动态变化,这对于生态保护和资源管理具有重要意义。

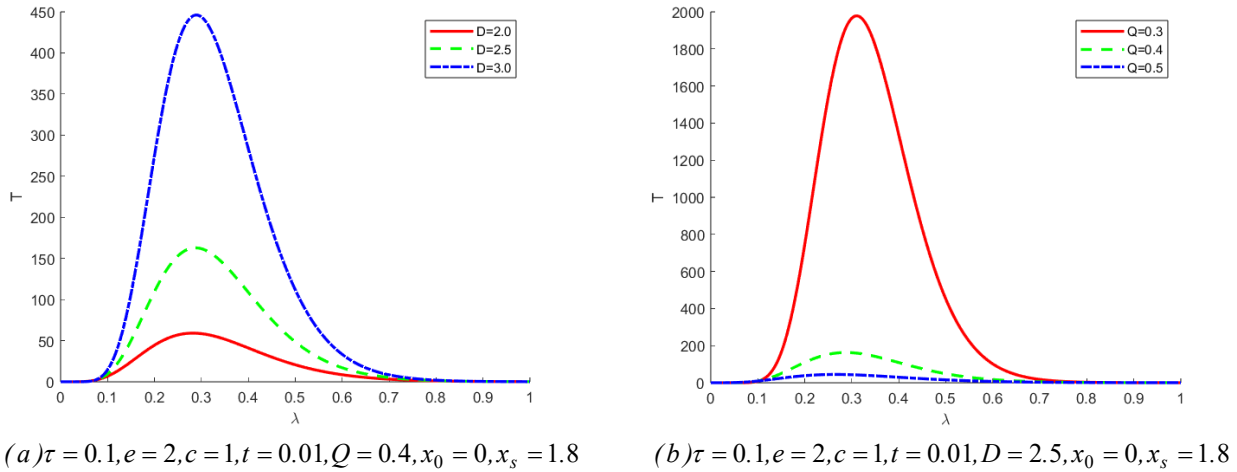


图 6 平均首通时间随噪声关联强度 λ 的变化

基于关联强度不同的前提,通过改变噪声强度的数值,对平均首通时间随噪声关联强度的变化关系进行研究,其结果如图 6 所示。从图 6 可以看出,平均首通时间从整体趋势来看呈现出一种单峰态势。具体而言,随着关联强度 λ 的变化,平均首次通过时间 T 被显著影响。平均首次通过时间 T 随着 λ 的变化先出现快速上升的趋势,当达到峰值之后便会骤然下降。这一现象明确地表明,在种群生态的系统中存在着一个临界区间。在这个特定的区间内,即使 λ 发生极其微小的变动,都有可能引发 T 出现剧烈的波动,这充分凸显出该临界区间在种群生态动态平衡中的关键性和敏感性。

从图 6 (a) 可以看出,加性噪声强度 D 的取值大小对平均首通时间有着明显的影响。如果 D 的取值越大,平均首通时间 T 的峰值变得越高,同时峰值区间却越发狭窄。这意味着当种群内部的影响程度增强时,种群在临界区间内的“首通效率”差异会被进一步放大,显示出内部因素涨落对种群动态变化的深刻影响。

从图 6 (b) 可以看出,当乘性噪声强度 Q 的取值越小,平均首通时间 T 的峰值不仅变得更高,而且整体的波动也表现得更加剧烈。这一结果进一步强调了不同参数在种群生态系统中各自独特且重要的作用,它们共同影响着种群的发展和变化。上述结论表明参数之间的相互关系及其对种群生态的影响,为深入理解种群动态变化提供了宝贵的视角和重要的依据,有助于在相关领域的研究和实践中做出更准确的判断和决策。

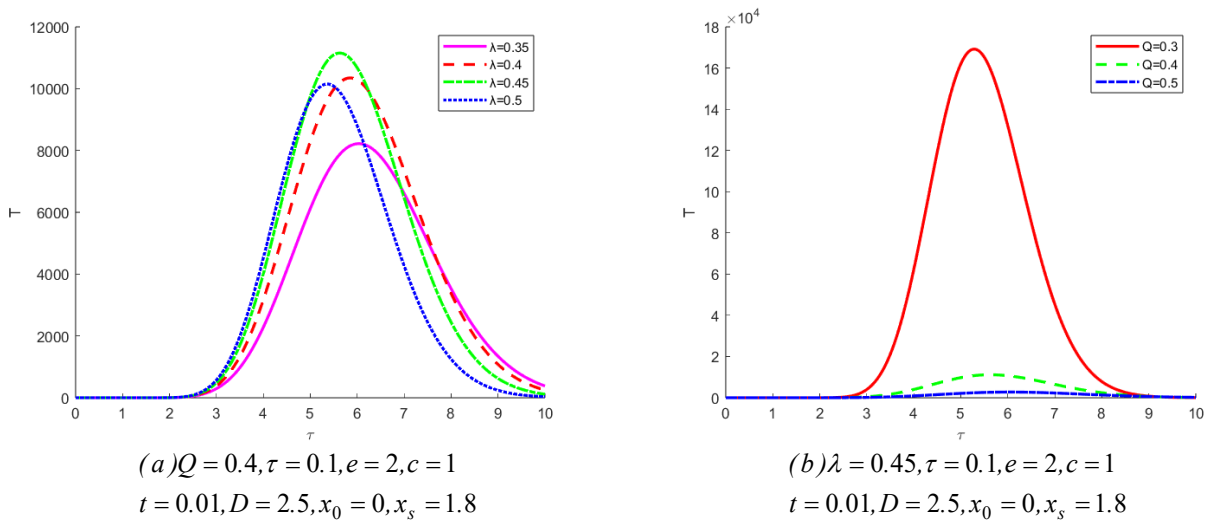


图 7 平均首通时间随噪声关联时间 τ 的变化

图 7 给出了平均首次通过时间 $T(x_s \rightarrow x_0)$ 随着噪声关联时间 τ 的变化曲线。从图 7 可以看出, 平均首次通过时间出现一个显著的极大值点, 这一极大值的动态变化与不同变量的调整紧密相关, 展现出一种复杂的响应模式。从图 7 (a) 可以看出, 当噪声关联强度 λ 的取值逐渐增加时, $T(x_s \rightarrow x_0)$ 的极大值点呈现出明显的左移趋势, 同时其峰值高度也在不断增加。上述变化揭示了 λ 值与极大值之间存在的非线性关系。然而, 在 λ 达到特定阈值时 ($\lambda = 0.5$), 峰值却出现了降低。这一反常现象表明, 在 $\lambda = 0.5$ 时, 系统内部可能发生了某种机制性的转变, 导致峰值响应遭到抑制。

图 7 (b) 给出了不同加性噪声强度 Q 下, 平均首次通过时间 T 随 τ 变化的规律。从图 7 (b) 可以看出, 三条曲线均呈“先增后减”的单峰形态。当 Q 减小时 ($Q = 0.3$), T 的峰值显著升高, 曲线更陡峭; 当 Q 增大时, 峰值逐步降低, 曲线趋于平缓, 峰值对应 τ 略有右移。噪声强度越弱, 平均首次通过时间 T 对 τ 变化越敏感 (峰值高、变化陡); 噪声越强, 敏感性越低 (峰值低、变化缓)。上述图像的变化不仅反映了变量间的相互作用, 还反映了极大值点的动态变化和峰值的变化, 它们的多样的变化, 为理解物种稳态改变的机制提供了有效途径。

4 结论与总结

基于 Levins 模型以及对 Fokker-Planck 方程的研究, 分析了不同参数对系统的稳态概率分布函数 $P_{st}(x)$ 及首次通过时间 $T(x_s \rightarrow x_0)$ 的影响, 研究结论总结如下:

加性噪声强度 D 、乘性噪声强度 Q 、交叉关联强度 λ 影响着系统稳态概率分布 $P_{st}(x)$, 并且随着稳态值 x 的增加, 种群分布图均会呈现一个峰值。

平均首次通过时间 $T(x_s \rightarrow x_0)$ 作为加性噪声强度 D 的函数, 随着噪声关联时间 τ 与交叉关联强度 λ 的变化呈现出相同的变化趋势。平均首次通过时间 $T(x_s \rightarrow x_0)$ 作为交叉关联强度 λ 的函数, 随着加性噪声强度 D 的变化出现较为剧烈的波动, 且随着乘性噪声强度 Q 的影响呈现差异巨大的改变区间。平均首次通过时间 $T(x_s \rightarrow x_0)$ 作为噪声关联时间 τ 的函数, 随着交叉关联强度 λ 的影响出现特定阈值。

上述研究结果, 有助于研究不同条件对集合种群系统稳定性的影响。通过对稳态概率分布与首通时间的分析, 可进一步明确种群适宜的内外环境涨落范围, 以及适宜的关联强度与作用时间。这不仅能为调整物种间的稳态关系提供更明确方向, 为分析生态环境中物种的变化情况提供理论依据, 还能为物种保护提供一定指导意义。

参考文献

- [1] Levins R. Some demographic and genetic consequences of environmental heterogeneity for biological control[J]. Bulletin of the Entomological society of America. 1969, 15: 237-240.
- [2] Hanski I. Metapopulation ecology[M]. Oxford: Oxford University Press, 1999.
- [3] Fulinski A, Telejko T. On the Effect of Interference of Additive and Multiplicative Noise[J]. Phys. Lett. A, 1991, 152: 11-14.
- [4] 陈立华, 罗海庚. 相关加法和乘法噪声的统一描述[J]. 华中师范大学学报(自然科学版), 1993, 03: 42-46.
- [5] 王参军, 李江城, 梅冬成. 噪声对集合种群稳定性的影响[J]. 物理学报, 2012, 61(12): 105-110.
- [6] 王国威, 程庆华, 徐大海. 关联噪声对集合种群稳定性和平均灭绝时间的影响[J]. 华中师范大学学报(自然科学版), 2014, 48(02): 190-196.
- [7] 王康康, 刘先斌, 杨建华. 色交叉关联噪声作用下集合种群稳定性和平均灭绝时间[J]. 物理学报, 2013, 62(10): 100502(1-7).
- [8] 廖丽玫. 基于集合种群理论探讨物种的存续性与群落的稳健性[D]. 江西师范大学, 2021.
- [9] 周鑫. Novikov 代数和 L-值范畴及其应用[D]. 东北师范大学, 2020.
- [10] 朱佑新, 罗有良. 泊松噪声驱动系统的统一色噪声近似[J]. 西北建筑工程学院学报, 1996, 03: 121-124.
- [11] 张大勇. 集合种群与生物多样性保护[J]. 生物学通报, 2002, 02: 1-4.

- [12] 王国威, 付燕. 关联色噪声对具有免疫监视下肿瘤细胞生长系统稳定性和瞬态性质的影响[J]. 华中师范大学学报(自然科学版), 2021, 55(01): 36-45+60.
- [13] 孙儒泳. 生态学简介(三)[J]. 生物学通报, 1981, 04:15-17.
- [14] 钟宁, 况荣平, 单访, 等. 苹果绵蚜种群空间分布型的季节变化[J]. 云南农业大学学报, 1989, 04: 325-327.
- [15] KACSINATE AD, DOWDY SF. Current views on inducing synthetic lethal RNAi responses in the treatment of cancer[J]. Expert Opinion on Biological Therapy, 2015, 16(2): 1-12.
- [16] 邵元智, 钟伟荣, 王风华, 等. 免疫监视及治疗性外力综合作用下的肿瘤生长动力学[J]. 科学通报, 2006(19): 2247-2251.
- [17] 汪荣明. 随机环境中的生死链的灭绝概率及平均吸收时间的计算[J]. 安徽师大学报(自然科学版), 1994, 01: 12-16.
- [18] 邢修三. 从刘维空间反常朗之万方程到非平衡熵[J]. 北京理工大学学报, 1995, 04: 363-370.

版权声明: ©2025 作者与开放获取期刊研究中心(OAJRC)所有。本文章按照知识共享署名许可条款发表。

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



OPEN ACCESS